Landesbibliothek
Coburg

B113
1230!
69

Statik

der

hölzernen Bogen-Brücken

nach der Conſtruction

des

Königlich-Baieriſchen Geheimen-Raths
und General-Directors
des Waſſer- Brücken- und
Straßen-Baues,
Herrn
Carl Friedrich von Wiebeking,

von

Johann Leonhard Späth,
Königlich-Baieriſchen Profeſſor der Mathematik
in München.

Mit 1. Kupfertafel.

München,
im Verlag der Fleiſchmann'ſchen Buchhandlung.
1811.

Coburger
Landes-
Bücherei

Vorrede.

Unſere hölzernen Brücken theilten ſich bisher in die Joch= oder Bockbrücken, und in die Häng= und Sprengwerke ab! Erſtere ſind eine Erfindung der Vorzeit; letztere aber konnten erſt nachdem die Zimmermannskunſt zu beſſerer Vollkommenheit gediehen war, errichtet werden; und ſelbſt noch in dieſen Zeiten wagte man es nicht, Brücken bedeutende Oeffnungen zu geben, weil das ſtatiſche Setzen ihrer geradlinichten Balken an und für ſich ſchon ſo bedeutend war, daß man für große Laſten größere Oeffnungen nicht wohl wagen mochte. Man verfiel wohl nachgehends darauf, mit Hängwerken einen Bogen zu verbinden, welcher das Ganze im Verband erhalten ſollte; allein man ſtückelte denſelben aus mehreren verzahnten Balkenſtücken zuſammen, und verfuhr eben ſo auch mit Brücken, die ganz auf ſolchen Bogen ruheten, ohne daß man eben deswegen für große Oeffnungen, durch welche allein ſolche Brücken beym Eisgang ihre Vorzüge vor andern

bewähren, etwas weiter wagen durfte. So verblieben dergleichen Brücken immer in ſehr begränzten Verhältniſſen, bis der Königlich-Baieriſche Geheime Rath, und General-Director des Waſſer-Brücken- und Straßen-Baues, Herr Carl Friedrich von Wiebeking, für die Brückenbau-Kunde Epoche machte; indem Derſelbe, in Benüzzung einer Eigenſchaft des gebogenen Holzes, hölzerne Bogenbrücken zu bauen lehrte, deren Oeffnung bey weitem größer als die der bisherigen iſt, und ſich auf einige hundert Fuße extendiren kann.

Dieſe Eigenſchaft des Holzes beſtehet nun darinn, daß ein aufrecht gebogener, an ſeinen Enden eingeſpannter Balken bey weitem mehr, als in ſeinem natürlichen Zuſtande, und dabey um ſo mehr trägt, je ſtärker er gebogen wird.

Auf dieſer Eigenſchaft der gebogenen Balken, verbunden mit der ſcharfſinnigſten Zuſammenſtellung der weſentlichſten Theile der Bogenbrücke durch ihren berühmten Erfinder, beruhet nun einzig die außerordentliche Tragbarkeit der unter Deſſen Direction ſeither erbauten Bogenbrücken, bey einer Oeffnung, die bisher unerhört war; und dieſe Brücken ſind es, ausſchließlich anderer, welche ich in dieſer Abhandlung ſtatiſch erwäge, oder für welche ich eine ihnen anpaſſende Theorie aufzuſtellen mich bemühen werde.

Als Erſter, welcher ſich an dieſes große Meiſterwerk der Zimmermannskunſt wagt, fühlte ich anfänglich das Umfaſſende meines Unternehmens; ich fühlte

dieß

dieß um ſo mehr, da mir, nach der Neuheit der Erfindung, für die Tragbarkeit des gebogenen Holzes, alle Data entgehen muſten; und ich mich dabey noch auſſerdem bald überzeugte, daß die bisher über die elaſtiſchen Curven aufgeſtellten Principien wohl für unendlich dünne Ruthen, nicht aber für ſo ſtarke und große Balken anwendbar ſeyn können, wie ſie bey Bogen-Brücken verwendet werden.

Nur ein aufmerkſames Studium der Beyträge zur Brückenbau-Kunde, München, 1809., in welchen Hr. von Wiebeking einige bisher unter Deſſen Direction erbaute und entworfene Bogen-Brücken aufs deutlichſte beſchreibt, und mit ſehr detaillirten Kupfern erläutert, verbunden mit der Anſchauung eines ſolchen coloſſaliſchen Körpers, ſetzte mich in den Stand, mein Vorhaben zu beginnen.

Bekannt mit der ſtatiſchen Litteratur unſerer Zeit, konnten mir ferner die wichtigen Girardſchen Verſuche über die Kräfte, durch welche Balken gekrümmet werden, nicht entgehen! Da aber bey denſelben die Balken viel zu wenig gebogen wurden, als daß ſich eine ſichere Anwendung davon auf die immer ſehr ſtark gekrümmten Balken einer Bogenbrücke hätte machen laſſen, ſo fand ich dagegen in den Büffonſchen, und insbeſondere in den ſchätzbarſten Verſuchen, welche Hr. von Wiebeking ſelbſt, auf dem Bauhofe in München angeſtellt, und in der Brückenbau-Kunde ausführlich beſchrieben hat, um ſo beſſere und zweckmäßigere Anhalt-Puncte.

 Dieſe

Dieſe nun möglichſt zu benutzen, conſtruirte ich zuvörderſt die Krümmungs-Scalen derſelben, und entdeckte auf dieſem Wege, daß ſtarke Biegungen nicht mehr den biegenden Kräften proportional ſeyen, wie man ſeither angenommen hatte, ſondern daß dieſelbe logiſtiſch mit den biegenden Kräften zunehmen; und machte von dieſer Entdeckung ſogleich nützliche Anwendung, für die Vergleichung phyſicaliſcher Eigenſchaften des Holzes, wozu man bisher die Wege nicht kannte. Eben ſo conſtruirte ich auch nach denſelben eine neue Formel für die brechende Kraft des Holzes, die vor der bisher bekannten den Vorzug hat, daß ſie der Erfahrung näher entſprechende Reſultate gewähret.

Wenn nun auch durch dieſe erſte Anwendung jener Verſuche des Hrn. von Wiebeking, das Gebiet der Statik eine nützliche Erweiterung findet; ſo ſind außerdem die übrigen Folgerungen, welche ich aus denſelben in Verbindung mit andern Principien der Statik deducirte, für dieſe Wiſſenſchaft um ſo wichtiger! Denn ſie veranlaßten mit dieſen die Conſtruction der bisher unbekannten Biegungs-Function, und mit derſelben in Zuziehung anderer auf verſchiedenen Werkplätzen der Monarchie mit gekrümmten Balken angeſtellten, in der Brückenbau-Kunde beſchriebenen Verſuchen, auch die endliche Entwickelung der Function der Tragbarkeit der hölzernen Bogen-Brücken ſelbſt, mit allen den umfaſſenden Anwendungen, welche man, rückſichtlich der beſten

Conſtruction ſolcher Brücken, nach derſelben machen kann.

Ich habe endlich die bearbeitete Theorie nach Möglichkeit für die Conſtruction der Bogenbrücken anwendbar zu machen, die Principien im 18ten §phen zuſammengeſtellt, nach welchen der Bau einer ſolchen Brücke ganz dem Locale angemeſſen, und die Brücke, in ihren Curven und übrigen weſentlichſten Theilen dargeſtellt, gefertigt werden kann, daß ihre Tragbarkeit immer die größte werden muß, welche ſie nach ihrer Oeffnung und Höhe, und nach ihrer Balkenſtärke und Krümmung derſelben ihres Orts erhalten kann.

Dem Angeführten zufolge war alſo das Verfahren, welches ich für die Begründung meiner Theorie über die Tragbarkeit der hölzernen Bogenbrücken einſchlug, keineswegs theoretiſch ſpeculativ; es war vielmehr ſtatt deſſen ganz auf Verſuche fundirt, welche im Großen angeſtellt waren, und eine geläuterte Theorie der Statik half dieſelbe nur zu dem großen Ganzen verbinden, das wir in ſolchen Meiſterwerken der Kunſt bewundern. Es ſtimmen daher auch die Reſultate meiner Berechnungen mit den Erfahrungs-Maximen, welche Hr. von Wiebeking von Seinen bisher erbauten Brücken in der Brückenbau-Kunde bekannt machte, ſo genau zuſammen, als nach den wenigen Datis, von welchen ich ausgehen konnte, nur immer zu erwarten war; und die aus denſelben abſtrahirten Principien für die beſte Conſtruction ſolcher Brücken congruiren ganz mit jenen, welche Derſelbe nach der

Erfahrung für dieſelbe aufſtellet. Doch iſt deswegen nichts deſtoweniger zu wünſchen, daß ſolche Verſuche, wie jener bey der Vilshofer Brücke mit den eingeſpannten gekrümmten Balken vorgenommen worden, öfters wiederholt, und bekannt gemacht würden; weil die Wahrheit der Sache ſich durch die Mehrheit der Verſuche um ſo beſſer bewähret; insbeſondere bey einer Subſtanz, die wie das Holz, in ihrer Natur und in ihren Eigenſchaften ſo große Verſchiedenheit nach Umſtänden zeiget.

Sollte dieſe Abhandlung Beyfall der Kenner finden, ſo werde ich in der Folge auch unſere Häng- und Sprengwerke ſtatiſch betrachten; und die Statik derſelben auch auf die eiſernen Brücken anwenden, welche unter die neueſten Erfindungen unſerer Zeit gehören. München, den 1. Merz 1811.

Johann Leonhard Späth.

Inhalts-

Inhalts-Anzeige.

Einleitung.

Seite

§. 1. Phyſicaliſche Betrachtungen über die Natur des Holzes. 1

Vorläufige allgemeine Betrachtungen. . . . ibid.

Die Biegſamkeit einer Holzart. 5

§. 2. Verhältniß der Biegung vierkanntiger Balken zur biegenden Kraft. 9

Wenn die Balken einerley Dimenſionen haben. . ibid.

Tabelle I. Balken von 5 Zoll im Quadrat. . . 12

Wenn die Balken einerley Stärke, aber verſchiedene Längen haben. 22

Krümmungs-Function vierkanntiger Balken. . . 28

Tabelle II. Balken von 5 Zoll. Balken von 8 Zoll. 33

§. 3. Die größte Biegung eines Balkens. . . . 37

Für die Länge der Balken von 50 Fußen. . . 40

§. 4. Reaction eines gebogenen Balkens. . . . 42

§. 5. Function der natürlichen Tragbarkeit eines Balkens. 49

Tabelle III. Dicke im Quadrat. 51

§. 6. Tragbarkeit vierkanntiger Balken in geſpanntem Zuſtande. 54

§. 7.

Seite

§. 7. Function der Tragbarkeit hölzerner Brückenbögen. 63

Größte Tragbarkeit eines Normal-Bogens. . . ibid.

Zuſammenſtellung der Tragbarkeit der Brückenbögen mit dem Normal-Bogen. 65

Tabelle IV. Für die Stabilität oder Tragbarkeit fichtener Brückenbögen. 66

§. 8. Die hölzerne Bogenbrücke nach ihren weſentlichſten Theilen. 68

Die Brücke mit mehrern Oeffnungen. . . . 74

§. 9. Die Laſt einer hölzernen Bogenbrücke. . . 75

Cubiſcher Inhalt der Curven der Brücke. . . 77

Inhalt der Querhölzer der Brücke. . . . 78

Der Fahrgang der Brücke. 78

Das Eiſenwerk der Brücke. 79

§. 10. Der Diagonalbogen einer Bogenbrücke. . . 81

§. 11. Reſiſtenz der hölzernen Bogenbrücke gegen den Sturm. 83

Das Ausbiegen der Brücke aus ihrer Vertical-Ebene. ibid.

Der Dienſt des Diagonalbogens und der Zugſtreben. 86

§. 12. Das Setzen einer hölzernen Bogenbrücke. . . 92

Das Setzen eines freyen oder unbelaſteten Brückenbogens durch ſeine Gravitation. 93

Senkung eines Bogens, wenn ihn eine äußere Laſt in ſeinem Scheitel drücket. 96

Das Setzen einer hölzernen Bogenbrücke im Ganzen. 101

Das Setzen einer hölzernen Bogenbrücke durch ihre Bekieſung. 115

§. 13. Einfluß der techniſchen Conſtruction der Brücke auf ihr Setzen. 117

Seite

§. 14. Der Seitendruck einer Brücke gegen ihre Widerlager. 126

Wenn die Brücke nach einem ihrer Widerlager wuchtet. ibid.

Seitendruck der Brücke durch ihr Setzen. . . 131

§. 15. Statik der Widerlager hölzerner Bogenbrücken. . 132

Reſiſtenz der Widerlager und Joche. . . . ibid.

Reſiſtenz der Pfeiler. 134

Reſiſtenz der Brücken-Joche. 137

Die Hebung der Brücke durch das Weichen ihrer Joche. 142

Die Aufſtauung des Flußes durch die Pfeiler und Joche. 143

Wirkung des Eisganges auf die Bogenbrücke. . . 146

§. 16. Function der Tragbarkeit einer hölzernen Bogenbrücke. 148

Reaction des Fahrganges der Brücke. . . . ibid.

Deformation der Brücke, durch eine ſie vorne oder hinten biegende Laſt. 154

Specifiſche oder relative Tragbarkeit hölzerner Bogenbrücken. 162

Abſolute Tragbarkeit hölzerner Bogenbrücken . . 167

§. 17. Die Oſcillation der hölzernen Bogenbrücke. . 169

§. 18. Combination der Umſtände, auf welche ſich der Bau einer hölzernen Bogenbrücke fundiret, wenn dieſe die größte Tragbarkeit erhalten ſoll, welche ſie ihres Orts erhalten kann. 175

Vorläufige Beſtimmungen rückſichtlich der Widerlager und der Höhe der Brücke. . . . . ibid.

Den Krümmungs-Halbmeſſer der Brückenbögen zu beſtimmen. 177

Den Center-Winkel der Brückenbögen und die Krümmungs-Ordinate ihrer Balken zu finden. . . 179

Erwä-

Seite

Erwägungen wegen der Wahl der Balken für die Curven der Brückenbögen. 181

Die Zahl der Curven zu beſtimmen, welche man bey einem Brückenbogen auf einander ſpannen muß, wenn der Bogen eine beſtimmte Tragbarkeit erhalten ſoll. 184

Eintheilung der Brückenbögen in ihre Schwellenfelder. 188

Vorrichtungen an der Brücke gegen das techniſche Setzen derſelben. 189

Rückſichten wegen der Laſt des Fahrganges der Brücke. 190

Beſtimmung der Sehnen der Bögen, für Brücken von mehrern Oeffnungen. 193

Einlei-

Einleitung.

§. 1.

Phyſicaliſche Betrachtungen über die Natur des Holzes.

Vorläufige allgemeine Betrachtungen.

1. Indem ich hier ſtatiſche Betrachtungen über Brücken anſtelle, abſtrahire ich von ſteinernen und eiſernen Brükken: ich habe daher hier nur hölzerne Brücken zu betrachten, die bekanntlich nach ihrer Bauart entweder Joch- oder Bockbrücken, Häng- oder Sprengbrükken, oder auch Bogenbrücken ſind.

Das Holz iſt alſo neben dem Eiſen und anderem Materiale, welches zu ſolchen Brücken verwendet wird, ihr weſentlichſtes Material oder ihre Hauptſubſtanz; und wird bey ihnen als Balkenſtücke oder Bauholz, und als Blockholz vierkanntig zugehauen, oder auch in Dielen geſchnitten, hauptſächlich verwendet.

Nach der Anſicht, die ich mir über phyſicaliſche Körper überhaupt, und insbeſondere über die Waldbäume ſeither abgenommen, und in meinen forſtlichen Schriften aufgeſtellt habe, beſtehet aber das Holz aus feſten und flüſſigen, ihm angeſtammten oder eigenen, und neben dieſen aus ſeiner Subſtanz incolirenden oder eingeſogenen naſſen, luftartigen und mineraliſchen Stoffen.

2. Unter

a. Unter dieſen ſind nach meiner Anſicht der Sachen die feſten Stoffe des Holzes von Natur fadenartig geſtaltet; es haben dieſe Elementarfäden für jede Holzart eine angeſtammte Länge und Stärke, und ſind dabey mit ablangen Wärmehüllen ganz umgeben, die noch um ſo mehr Elaſticität äußern, je dichter ſie von Natur angelegt ſind.

Die flüſſigen, jeder Holzart eigenen, oder ihre urſaftigen Stoffe ſind eben ſo mit einer Wärmehülle umgeben; und dabey in ihrer Art für gewiſſe Holzarten ſaurer und alcaliſcher Natur; für andere aber, wie z. E. für unſere Nadelhölzer, oelicht- und harzichter Natur; während die wäſſerichten, luftartigen und ſonſt eingeſogenen Stoffe allen gemein ſind. Auch dieſe Stoffe ſind, ſo wie die urſaftigen Stoffe einer Holzart, in ihre elaſtiſch flüſſige Hüllen eingehüllet; und es hängt ihre Elaſticität dabey von der Dichte der Hüllen und ihrer Natur ab.

Dabey hat nun jeder feſte und flüſſige Stoff des Holzes eine von Natur angeſtammte Kraft oder Vermögen, nach allen Seiten rings um ſich herum innerhalb einem gewiſſen Wirkungsraum durch Anziehung ſich activ zu ziehen: es hält nach dieſem Vermögen jeder zunächſt ſeine Hülle an ſich, während dieſe durch ihre Elaſticität ſich von ihm zu trennen ſtrebet; es wirket der Stoff durch dieſe hindurch auf andere, die in ſeinen Wirkungsraum kommen, durch Anziehung; er ziehet dieſelbe um ſo ſtärker an ſich, je näher ſie ihm kommen.

Dieſes Vermögen der Stoffe iſt erſtes Motiv der Zerſetzung der Hüllen der von dem Baum zwiſchen ſeiner Rinde und Safthaut aufgeleiteten, und ſonſt durch ſeine Rinde eingeſogenen Stoffe.

Es tretten nach demſelben, während des Wachsthums-Proceſſes des Baums, die afficirten Stoffe in eine

eine der Säure mit Alcali ähnliche Verbindung; es fügen ſich dabey die elementariſchen Fäden mit den Reſten ihrer Hüllen in eine bindelartige Form, nach welcher ſich das Fibern-Syſtem des Holzes conſtituirt; es tretten die urſaftigen Stoffe zwiſchen dieſe hinein, während die incolirenden Stoffe die Zwiſchenräume ausfüllen: es verwendet dabey jeder feſte und flüſſige Stoff jenen Theil ſeiner Anziehung auf die Anziehung ſeiner benachbarten Stoffe, in ſo weit er dieſelbe nach ihrem Abſtand auf ſie verwenden kann; und es conſtituirt ſich dadurch insbeſondere durch die wechſelſeitige Anziehung der Fäden zur Seite ihre Lateral-Cohärenz, und durch die Anziehung ihrer Enden ihre filare Cohärenz, wodurch ſich die fadenartige Form der Fibern herſtellet.

Je feiner nun von Natur die feſten und urſaftigen Stoffe einer Holzart, und je größer ihre angeſtammten Kräfte ſind, um ſo ſtärker konnten ſich in ihrer Wachsthumszeit ihre Hüllen unter einander wechſelſeitig zerſetzen, und die Stoffe dadurch ſelbſt ſich um ſo näher kommen: es konnten ſich die Stoffe dabey noch um ſo näher kommen, je günſtiger nach dem Locale des wachſenden Baums die Vorgänge ſeines Wachsthums-Proceſſes ſich folgen, und je weniger fremdartige, gröbere, oder nach ihrer Figur zwiſchen die übrigen nicht paſſende Stoffe dazwiſchen tretten, und je feiner und weniger die Luftröhren ſind, welche in dem Holze durch die Continuität des Aufſteigens bey dem Wachsthum ſich abſcheidender zerſetzter Stoffe ſich bilden; oder die Holzart muſte nach dieſen Umſtänden um ſo dichter von Natur ausfallen.

Die Dichte einer Holzart iſt daher in nächſter Beziehung mit der Feinheit und den angeſtammten Kräften ihrer feſten, urſaftigen und übrigen fremdartigen und incolirenden Stoffe, mit der Menge und Weite ihrer Poren oder Luftröhren, und mit ihrem Wachsthums-Locale.

Kann das Holz eingeſogene, oder ihm incolirende Stoffe ſeines Orts verdünſten, ſo ſchwindet es in ſeinem Volumen um den Raum der verlohrnen Stoffe ein, und wird dadurch als ausgetrocknetes um ſo dichter.

Wirken zwey Kräfte auf die Enden des Holzes nach entgegengeſetzten Richtungen, jedoch parallel mit ſeinen Fibern, ſo dehnen dieſe Kräfte die Enden der Fäden, aus deren Continuität ſich die Fibern conſtituiren, in ſo weit in größere Abſtände, als ſie die Cohärenz ihrer Enden oder ihre filare Cohärenz überwuchten können; ſie reiſſen das Holz der Länge nach ab, wenn ſie ſo groß ſind, daß ſie die Abſtände der Enden der Fäden in dem ganzen ſenkrechten Querſchnitt des Holzes in Abſtände dehnen können, die größer als die Wirkungsweiten ihrer Ziehkräfte ſind.

Werden die Enden der Fäden in größere Abſtände gedehnt, ſo werden auch ihre Hüllen in ſo weit länger, und ſchwinden deswegen nach ihrer breiten Seite ein, oder ſie werden ſchmäler, und der Querſchnitt des Holzes ſchwindet deswegen um das Integrale der Schmälerungen ſeiner ſämmtlichen Hüllen ein, ehe er abreiſſet.

Dieſes Einſchwinden iſt daher um ſo größer, je leichter ſich die Abſtände der Enden der Fäden dehnen laſſen, oder je geringer die Ziehkräfte derſelben, und je größer an und für ſich ihre natürlichen Abſtände ſind; es iſt dabey noch um ſo größer, je ſtärker ſich die Hüllen nach ihrer natürlichen Weiche zuſammendrücken laſſen; und je mehr das Holz andere ihm incolirende Stoffe in ſich hat, welche bey ſeinem Schwinden aus ihm ausgepreßt werden.

Die Kraft, welche das Holz, oder ein vierkanntiges gleichſtarkes Balkenſtück, nach der Länge abzureiſſen vermag, oder die ſogenannte abſolute Feſte des Holzes, iſt daher immer in Beziehung mit der beſtehenden Dichte

der Holzart, mit den Kräften und Abſtänden ihrer eigenen Grundſtoffe, und der Weiche ihrer Hüllen, ſo wie mit der Menge der eingeſogenen oder incolirenden Stoffe.

Auf jeden Fall aber verhalten ſich die abſoluten Feſtigkeiten zweyer Holzarten, wie die Gewichte, durch welche gleiche Querſchnitte derſelben, z. E. ein Quadrat-Zoll abgeriſſen wird.

Die Biegſamkeit einer Holzart.

II. Iſt der vierkanntig gleich ſtark zugehauene Balken an dem einen Ende feſte gemacht, oder ruhet er zur Hälfte auf einer oder mehreren Unterlagen, während auf ſein anderes Ende eine Kraft ſenkrecht drücket, ſo dehnet dieſe Kraft die Abſtände der Enden der Fäden auf ihrer Seite, und ſchiebet die Enden der Fäden auf der ihr entgegengeſetzten Seite in ſo weit einander näher, als ſie die filare Cohärenz der erſtern, und die Elaſticität der Hüllen der letztern überwuchten mag, und bieget dadurch den Balken von ſeiner vorigen geradlinichten Richtung ab; ſie beginnet denſelben abzubrechen, wenn ſie die Fäden der äußerſten Schicht der gekrümmten Seite eines Querſchnitts in Abſtände dehnet, die größer als die Wirkungsweiten der Ziehkräfte ſeiner Fäden ſind.

Bey dem Biegen des Balkens werden daher die Fäden ſeiner gekrümmten Seite gedehnt, und auf ſeiner hohlen Seite gleichzeitig einander näher gebracht; es beſtehet daher in dem Balken eine Schicht, von welcher aus dieſer Wechſel beginnet; die deswegen am nächſten in ihren vorigen Umſtänden verbleibet, und deswegen als ſeine Indifferenz-Schicht angeſehen werden kann.

a. Von dieſer Schicht an nimmt nun auf der gekrümmten Seite des Balkens die Dehnung der Abſtände der Fäden und auf ſeiner hohlen Seite, die Zuſammen-

ſchiebung derſelben, mit dem Abſtand der Schichten von jener immer mehr und mehr zu; es macht dabey auf erſtere Seite, die der Indifferenzſchicht nähere, der zunächſt auf ſie folgenden, gleichſam ein Unterlager, auf welche ſie nach dem Ueberſchuß der Kraft, um welche ſie ſtärker als die unterliegende gedrückt wird, ſich aufleget; ſie drückt nach dieſem Ueberſchuß ihre Hüllen auf ihr um ſo breiter, und treibet oder preſſet die ihr incolirenden Stoffe in ſo weit aus, als ihr Druck deren Cohärenz mit den übrigen Stoffen überwuchten mag; ſie kommt der unterliegenden um ſo näher, und leget ſich auf ſie um ſo dichter, je mehr der incolirenden Stoffe ſie aus ihrer eigenen Subſtanz, und aus der ihr unterliegenden Schicht auspreſſen kann.

Da dieſes nun mit ſämmtlich gedehnten Schichten der gekrümmten Seite des Balkens gleichzeitig vorgehet, ſo dehnet ſich an derſelben der Balken in ſeiner Breite im Ganzen und im Detail in ſeinen Schichten um ſo mehr aus, oder er wird um ſo breiter, je mehr dieſe nach ihrem Abſtand von der Indifferenzſchicht gedehnet werden, und je größer die biegende Kraft iſt; er ſchwindet dagegen in ſeiner hohen Kannte um ſo mehr ein, je dichter ſich ſeine Schichten auf einander legen, und je mehr ſie die ihnen incolirende Stoffe auspreſſen; oder er verliert um ſo mehr an ſeiner Höhe.

Eben ſo ändern gleichzeitig auch die Hüllen der Schichten der hohlen Seite des Balkens ihre Breite um ſo mehr, je mehr ihre Scheitel, nach dem Abſtand der Schichten, von der Indifferenzſchicht zuſammengedrückt, oder die Enden ihrer Stoffe einander näher gezwängt werden; und der Balken drückt ſich auf ſeinen Unterlagern um ſo breiter, je ſtärker er gebogen wird, und je mehr ſeine Hüllen nach ihrer Weiche dem Druck nachgeben können.

Je größer nun die angeſtammten Ziehkräfte der Fäden einer Holzart, und je näher ſich ihre Enden nach der ablangen Figur ihrer Hüllen ſind, um ſo ſteifer wird ſich ihre Continuität in den Holzfibern conſtituiren; und um ſo ſtärker werden ſie daher der Biegung reſiſtiren: es wird dieſe Reſiſtenz noch um ſo größer ſeyn, je mehr ſolcher ſteifen Fibern die Holzart im gegebenen Raum hat, oder je dichter ſie iſt; das iſt, das Biegungs-Vermögen einer Holzart wird ſich einmal verkehrt, wie ihre abſolute Feſtigkeit, verhalten.

b. Je dichter, mithin elaſtiſcher, ferner die Wärmehüllen der feſten und urſaftigen Stoffe einer Holzart von Natur ſind, um ſo mehr widerſtehen ſie der Biegung durch ihre Elaſticität, und das Holz wird dadurch um ſo ſteifer oder ſtabiler; oder es iſt eine um ſo größere Kraft erforderlich, den Balken zu biegen, je ſtabiler und abſolut feſter er iſt: es verhält ſich daher auch bey übrigen gleichen Umſtänden, die Biegſamkeit einer Holzart, verkehrt, wie das Product aus ſeiner Stabilität in ſeine abſolute Feſtigkeit.

c. Hat das Holz tropfbar flüſſige, ſeine Subſtanz nicht angreifende Stoffe in ſich eingeſogen, ſo blähet es ſich in ſeinem Volumen um den Raum auf, welchen dieſe in ſeiner Subſtanz einnehmen; es ſchwächen dieſe die Lateral-Cohärenz ſeiner feſten Stoffe, durch ihr Zwiſchentretten; es drücken ihre Hüllen die Hüllen jener flächer, wodurch dieſe länger werden, und deswegen die Enden der feſten Stoffe weiter von einander drängen; wodurch deren filare Cohärenz geſchwächt und das Holz um ſo länger wird, je mehr es ſolcher Stoffe eingeſogen hat.

Je mehr nun unter ſolchen Umſtänden die filare Cohärenz des Holzes geſchwächt iſt, um ſo leichter läſſet

es ſich in dieſem Zuſtande biegen; es drücken ſich ferner die Hüllen der dem Holze angeſtammten Stoffe um ſo flächer, je mehr ſie durch die Auspreſſung der incolirenden Stoffe für ſich Raum gewinnen mögen; es legen ſich die Schichten dadurch um ſo dichter auf einander, und das Holz wird um ſo biegſamer, je mehr es ihm incolirende naſſe Stoffe in gegebenen Raum eingeſogen hat, oder je größer ſeine hygrometriſche Capacität iſt.

Trockenes in ſeiner Subſtanz eingeſchwundenes Holz läſſet ſich der Erfahrung zufolge härter, und nicht ſo ſtark, wie grünes oder naſſes Holz, biegen: man macht Balken naß, die man ſtark biegen will.

Je größer daher die hygrometriſche Capacität des Holzes iſt, um ſo biegſamer iſt daſſelbe; oder ſeine Biegſamkeit verhält ſich bey übrigen gleichen Umſtänden, wie ſeine hygrometriſche Capacität; ſie verhält ſich daher im Ganzen, wie der Quotient aus ſeiner hygrometriſchen Capacität, getheilt durch das Product aus ſeiner abſoluten Feſtigkeit, in ſeine Stabilität.

Für zwey Balken A und B von verſchiedenen Holzarten, aber durchaus gleichen Dimenſionen, verhalten ſich z. E. ihre abſolute Feſtigkeit wie $1:\alpha$; ihre Stabilitäten wie $1:\varepsilon$; ihre beſtehende hygrometriſchen Capacitäten wie $1:\gamma$, und ihre Biegſamkeiten wie $1:\beta$; ſo wird nach der aufgeſtellten Anſicht ſich verhalten

$$\beta = \frac{\gamma}{\alpha \cdot \varepsilon}.$$

Wäre für den Balken B der Werth von $\beta = 2$, ſo iſt die Biegſamkeit dieſes Balkens doppelt ſo groß als des A; das iſt: er wird ſich unter einerley äußern Umſtänden, durch die nemliche Kraft, ſo oft um 2 Zoll biegen laſſen, als der Balken A ſich um einen Zoll biegen

läſſet;

läſſet; oder er wird durch die halbe Kraft eben ſo ſtark, als dieſer durch die ganze gebogen.

d. Werden mehrere Balken auf ihren geplätteten Seiten liegend, gleichzeitig mit einander gebogen, ſo gibt der eine immer dem andern ein Unterlager ab! So macht bey drey über einander liegenden Balken, der unterſte dem mittlern, und dieſer dem obern, das Unterlager: es drücket ſich der obere deswegen auf dem mittlern, und dieſer auf dem untern, in der ganzen Berührungsebene flach auf; der mittlere wird daher in ſeiner ganzen Länge am ſtärkſten gepreßt; er ſchwindet daher in ſeiner Höhe am meiſten ein, und dehnet ſich am ſtärkſten in ſeinen Berührungsebenen nach der Breite aus. Dieß beſtätigen die Reſultate der Krümmungen mehrerer über einander liegenden Balken, welche der Königlich-Baieriſche Geheime Rath und General-Director des Waſſer-, Brücken- und Straſſen-Baues, Hr. von Wiebeking, in ſeinen vortreflichen Beyträgen zur Brückenbau-Kunde. München, 1809. S. 35. anführet. Nach denſelben wurden 3 Balken von 14..15 Zollen mit einander gekrümmet; es nahm dabey die Höhe des mittlern um 6 Linien, des untern um 3 Linien ab; während erſterer ſich in ſeiner Breite um 3, und letzterer ſich um 2 Linien ausdehnte.

§. 2.

Verhältniß der Biegung vierkanntiger Balken zur biegenden Kraft.

Wenn die Balken einerley Dimenſionen haben.

I. Um wie viel aber ein Balken durch eine gegebene Kraft gebogen werden möge, ehe er zu brechen beginnet,

 oder

oder knacket, dieß hängt, der Erfahrung zufolge, von ſeiner Holzart, ihren hygrometriſchen Zuſtand, und von ſeinen Dimenſionen ab: er läſſet ſich in ſeiner Holzart um ſo leichter biegen, oder er bieget ſich durch die nemliche auf ſeine Enden wirkende Kraft um ſo ſtärker, je länger, dünner und ſchmäler er iſt.

In wiefern aber die Biegung eines Balkens mit ſeinen Dimenſionen zuſammen hängen möge, haben die HHrn. Girard und Eytelwein, erſterer in ſeiner Traite analytique de la Reſiſtance des Solides. Paris, 1798., und letzterer in ſeinem vortreflichen Handbuch der Statik feſter Körper, II. III. Band. Berlin, 1808. ſehr ſcharfſinnige Betrachtungen angeſtellt, um nach theoretiſchen Principien die Krümmungs-Function zu entwickeln. Beyde nehmen dabey eine elaſtiſche unendlich dünne Ruthe an, die in allen Stellen der Biegung gleich ſtark widerſtünde, und conſtruiren für dieſelbe analytiſche Formeln, durch welche die Eigenſchaften der elaſtiſchen Curve ſich ausdrücken laſſen, in welche ſich jene Ruthe krümmet.

Nun ſind aber einmal Balken keine dünne Ruthen; ſie ſind außerdem aus Bäumen zugehauen, welche nach ihrer Natur in ihrer ganzen Lage der Biegung nicht gleich ſtark reſiſtiren können! Denn bey dem wachſenden Baum drücken die Säfte ſtatiſch niederwärts, und contenſiren ſich daher am Stamm-Ende um ſo dichter, je höher der Baum zuwächſet, und je mehr Säfte er ſeines Orts einſaugen, oder je ſtärker er ſich die Safthäute zulegen kann! Der aus ihm gleich ſtark zugehauene Balken reſiſtiret daher an ſeinem Stamm-Ende der Biegung am meiſten, es nimmt dagegen ſeine Reſiſtenz immer mehr und mehr ab, je jünger das Holz nach ſeinem obern Ende zu wird: er bieget ſich daher nicht nach den Geſetzen einer elaſtiſchen Ruthe, die durchaus gleiche Reſiſtenz äußert. Neben dem iſt ferner die Biegung des

Bal-

Balkens mit dem Ort, wo er erwachſen iſt, und ſelbſt noch mit der Seite in Beziehung, nach welcher er gekrümmet wird.

Die nemliche Holzart bieget ſich anderſt, je nachdem ſie nach ihrem Wachsthums-Locale feſter oder ſchwammichter zuwächſet; ſie bieget ſich ſelbſt, an dem nemlichen Ort zugewachſen, anderſt, je nachdem ſie auf die eine oder auf die andere Seite gelegt wird, wo ihre Jahres-Cirkel nach dem localen Wuchs breiter oder ſchmäler ausfallen müſten.

a. Bey ſo bewandten Umſtänden ſchiene es mir daher am räthlichſten, die Krümmungs-Function aus Verſuchen zu entwickeln, welche im Großen mit Balken angeſtellt ſind, um aus der Zahl derſelben einen Ausdruck zu conſtruiren, nach welchem ſich das Verhältniß ergeben möchte, in welchem ſich Balken gegebener Art, bey verſchiedenen Dimenſionen, und gegebenen Kräften krümmen mögen.

In dieſer Abſicht benütze ich zuvörderſt die von Hrn. Büffon mit eichenen Balken angeſtellte Verſuche, welche derſelbe in den Mem. de l'ac. de Paris, 1740. 1741. beſchreibet; und trage zunächſt darauf an, das Geſetz zu finden, in welchem ſich der nemliche Balken, bey verſchiedener Belaſtung bieget, wenn er horizontal an ſeinen Enden auf ſeinen feſten Unterlagern aufliegend, durch eine in ſeiner Mitte aufgelegte Laſt gebogen wird.

Dieſe Verſuche mit ihren Reſultaten enthält beygeſetzte Tabelle.

Tabel-

Tabelle I.

Balken von 5 Zoll im Quadrat.

Balken.	Länge.	Laſt.	Senkung.	Balken.	Länge.	Laſt.	Senkung.
I.	28 Fuß	500 ℔	3 Zoll	II.	28	500	5 Zoll
wog		1000	7	wog		1000	11½
364 ℔		1500	14	360		1500	18
		1800	18			1750	22
		knackte				knackte	
		brach	25			brach	28
III.	14	1000	—	IV.	14	1000	wenig.
wog		2000	1	wog		2000	1 ,, 3
178		3000	2½	176		3000	3 ,, —
		4000	4½			4000	5 ,, —
		5000	7½			5000	8 ,, —
		5400	brach			5200	brach
V.	24	500	2	VI.	24	500	3
wog		1000	4½	wog		1000	6
310		1500	7¼	307		1500	9½
		2000	11			2000	13
		2200	knackte			2125	knackte
VII.	12	1000	¼	VIII.	12	1000	¼
wog		2000	¾	wog		2000	1
156		3000	1½	138		3000	2
		4000	2¾			4000	3½
		5000	4			5000	5¼
		6000	5½			5225	knackte
		6050	knackte				

Um

Um nach dieſen Verſuchen die Function zu finden, in welcher die Senkungen des Balkens, mit den ihnen entſprechenden Preſſungen ſtehen, trug ich letztere als Abſciſſen in Fig. 1. auf die gerade Linie OD, und ſetzte die ihnen entſprechende Senkungen oder Biegungen als Ordinaten, auf jene ſenkrecht! Es zeigte ſich dabey, daß vorerſt die Ordinaten in geometriſcher Progreſſion fortgehen, während die Preſſungen ſelbſt in arithmetiſcher ſind; ſo daß mithin die Biegungs-Function logiſtiſch ſich darſtellet.

So iſt z. E. für den Balken N. I. OA = 500; OB = 1000; OC = 1500; OD = 2000 Theile eines beliebigen Maßſtabes; und es entſprechen dieſen die Ordinaten AE = 3; BF = 7; GC = 14 Theile des nemlichen, oder auch eines andern Maßſtabes.

Nun iſt in der Logiſtik bekanntlich GC : FB = FB : AE; und AE = 3½ Zolle; ſtatt deſſen der Verſuch nur 3 Zolle angibt.

Behandelt man die übrigen in beygeſetzter Tabelle angeführte Balken auf die nemliche Art, ſo findet man für die erſtern Ordinaten immer eine größere Senkung, als die Verſuche ſie wirklich angeben, welches im folgenden Umſtand ſeinen ſufficienten Grund hat.

Es lehret nemlich die Erfahrung, und insbeſondere beſtätigen die von Hrn. Eytelwein aufs ſorgfältigſte angeſtellte viele Verſuche, daß ein mit Gewichten beſchwerter horizontal liegender Balken ſeine größte Biegung durch dieſelbe nur nach und nach, und öfters erſt nach Verlauf einer bedeutenden Zeit erhalte. Da nun Hr. Büffon bey ſeinen Verſuchen die folgende Auflage, immer ſchon nach 5 Minuten machte, ſo konnte in dieſer Zeit der Balken nicht ſo tief ſinken, als er bey einem längern Zeitintervall geſunken wäre; ſeine Senkung muſte alſo in Vergleich mit den Senkungen der übri-

übrigen Auflagen um ſo kleiner ausfallen, je länger der Balken durch dieſe bereits beſchweret war. Da ich nun bey meiner Rechnung immer von den letztern Auflagen, und den ihnen zukömmlichen Senkungen ausgehe, ſo muß ſich deswegen immer eine größere Senkung für die erſte Auflage ergeben, als die Verſuche angeben können.

Rechnet man die Abſciſſe OA oder die erſte Auflage von den übrigen ab, ſo entſpricht in der Logiſtik EFGH der Abſciſſe O die Ordinate AE = a; und der Abſciſſe AB = b die Ordinate BF = c. Setzt man nun AD = nb; und HD = η; ſo iſt nach der Eigenſchaft der Logiſtik

$$\eta = a\left(\frac{c}{a}\right)^n;$$

wornach man die Senkung des Balkens für jede Auflage finden kann.

Es ſey z. E. OA = 500, OB = 1000 Pfund; und AE = $3\frac{1}{2}$, BF = 7 Zolle; und man wollte die Senkung mn für die Auflage Om von 1200 Pfund berechnen; ſo iſt hier

$$AB = OB - OA = 1000 - 500 = 500 = b;$$

$$Am = 1200 - 500 = 700;\ nb = 700;\ n = \frac{700}{500} = \frac{7}{5};$$

ferner iſt AE = a = $3\frac{1}{2}$; BF = c = 7 Zolle; mithin iſt

$$\eta = 3\tfrac{1}{2}\left(\frac{7}{3\frac{1}{2}}\right)^{\frac{7}{5}} = \tfrac{7}{2}\,.\,2^{\frac{7}{5}} = \tfrac{7}{2}\,.\,\sqrt[5]{\,}\,.\,2^7;\ \text{oder}$$

$$\log \eta = \log \tfrac{7}{2} + \tfrac{1}{5}\cdot \log 2^7.$$

Nun iſt aber $\log 2^7 = 7\,.\,\log 2 = 2{,}1072100$; und

$$\tfrac{1}{5}\cdot \log 2^7 = 0{,}4214525$$

$$\log \tfrac{7}{2} = 0{,}5440680$$

$$0{,}9655205.$$

$$\eta = 9{,}2368\,.\ \text{Zoll}.$$

Der Balken N. I. würde ſich alſo unter einer Laſt von 1200 Pfunden um 9,23.. Zolle ſenken; da er ſich

mit

mit 1000 und 1500 Pfunden beſchwert, um 7 und 14 Zolle ſenket.

Dabey lehret die Erfahrung, daß die Progreſſion, welche die Senkungen des Balkens anfänglich einleiten, ſich allmählich ändert, ſo wie die äußere Fibern der gebogenen Seite reiſſen, mithin der Balken dem Knacken näher kommt: Es lauft die Curve von jener Ordinate, welche der des Knackens zunächſt kommt, meiſtens gerade aus, wie z. E. hier von G nach A.

Sollte nach der Logiſtik die Ordinate für 1800 Pfund, unter welchen der Balken zu knacken beginnet, gerade 21,22 seyn, ſie iſt aber wirklich nur 18.

b. Setzt man in der eben conſtruirten logiſtiſchen Gleichung $AD = p$, $DH = \eta$; ſo iſt auch $nb = p$; und $n = \frac{p}{b}$; mithin

$$\text{auch } \eta = a\left(\frac{c}{a}\right)^{\frac{p}{b}}; \text{ und } p = \frac{b \,.\, \log \frac{\eta}{a}}{\log \frac{c}{a}}.$$

Für den gegebenen Balken war $a = 3\frac{1}{2}$, $c = 7$; $b = 500$; ſetzt man nun $\eta = 14$, ſo läſſet ſich die Kraft berechnen, welche den Balken auf 14 Zolle niederdrücket; es iſt nemlich in dieſem Falle

$$p = \frac{500 \,.\, \log \frac{14}{3\frac{1}{2}}}{\log \frac{7}{3\frac{1}{2}}} = \frac{500 \,.\, \log 4}{\log 2} = 1000.$$

Addiret man hiezu die Kraft AO von 500 Pfunden, ſo ergibt ſich eine Kraft von 1500 Pfunden, durch welche der Balken auf 14 Zolle ſich niederſenket.

c. Ziehet man ferner an den Punct F der Logiſtik die Tangente MF, ſo ſchneidet dieſe die Abſciſſe OD in

dem

dem Punct M, und es iſt MB die Subtangente der Logiſtik, deren Element ſich bekanntlich durch $\frac{y\,dx}{dy}$ ausdrückt.

Nun iſt aber aus der Gleichung

$$\log y = \log 2 + \frac{x}{b} \cdot \log \frac{c}{a}; \quad \text{auch} \ \frac{dy}{y} = \frac{dx}{b} \cdot \log \frac{c}{a};$$

$$\text{alſo} \ dy = \frac{y\,dx}{b} \cdot \log \frac{c}{a}; \quad \text{mithin} \ MB = \frac{b}{\log \frac{c}{a}}.$$

Für den Balken (I.) war b = 500 Pfund; c = 7; a = 3; alſo iſt $\log \frac{7}{3} = 0{,}3679767$;

$$\text{mithin} \ MB = \frac{500}{0{,}3679767} = 1359.$$

Je länger oder kürzer aber die Subtangente der Logiſtik eines Balkens ausfällt, um ſo weniger oder mehr bieget er ſich unter einer gegebenen Laſt; es iſt mithin ſeine Subtangente, Characteriſtik ſeiner beſtehenden Biegſamkeit!

Wenn daher 2 Balken verſchiedener Holzart, bey gleichen Dimenſionen, unter einerley Laſten, einerley Biegungs-Subtangenten haben, ſo ſind ihre beſtehende Biegſamkeiten unter ſich gleich groß; auf jeden Fall aber verhalten ſich ihre Biegſamkeiten, verkehrt, wie ihre Biegungs-Subtangenten.

Für den Balken (II.) der Tabelle, welcher mit dem (I.) einerley Dimenſionen hat, iſt b = 500; c = 11½; a = 5; mithin ſeine Subtangente = 1444. Es verhält ſich mithin die Biegſamkeit des Balkens I. zu der des Balkens II.

$$\text{wie} \ \frac{1}{1359} : \frac{1}{1444} = 10000 : 9411;$$

oder die Biegſamkeit des Balkens II. iſt $\frac{9411}{10000}$ jener des Balkens I.

Bezeich-

Bezeichnet nun in der Allgemeinheit der Buchſtabe S die Subtangente der Logiſtik, auf welche ſich die Senkungen bringen laſſen, um welche ſich ein gegebener Balken B unter gegebenen Belaſtungen in ſeiner Mitte bieget; ſo iſt auch nach (§. 2. I.)

$$\frac{\gamma}{\alpha \cdot \varepsilon} = \frac{1}{S}.$$

Nun kann man aber für gleich ausgetrocknete Balken die abſolute Feſte derſelben finden, wenn man gleiche Stückgen derſelben der Länge nach abreiſſet; und es verhalten ſich ihre abſolute Feſtigkeiten, oder ihre filare Cohärenz, wie die Gewichte, welche die gleichen Stücke abreiſſen.

Wären dieſe für die Balken A und B gleich groß, ſo wäre für beyde $\alpha = \alpha'$; $\gamma = \gamma'$; mithin

$$\frac{1}{\varepsilon} : \frac{1}{\varepsilon'} = \frac{1}{S} : \frac{1}{S'}; \text{ oder}$$

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{S'}{S} = \frac{1444}{1359};$$

das iſt: die Stabilität, oder die Steife, des Stammes A verhält ſich zur Steife des Stammes B, wie 1359 : 1444.

Trocknet man gleiche Stücke dieſer Balken gleich ſtark aus, und läſſet ſie nachgehends gleiche Zeit im Waſſer liegen, ſo findet man das Verhältniß ihrer hygrometriſchen Capacität $\gamma : \gamma'$ aus dem Ueberſchuß ihrer Gewichte, um welchen ſie im naſſen Zuſtande mehr, als in ihrem trockenen wiegen.

Man kann daher auf dieſem Wege durch die Subtangente zweyer gleichbelaſteter Balken, von gleichen Dimenſionen, phyſicaliſche Eigenſchaften ihrer Holzarten, oder die ſpecifiſche Steife ihrer Fibern unter einander vergleichen; wozu man bisher kein Mittel hatte.

d. Um dieß Geſetz noch weiter zu erproben, berechnete ich ferner die Kräfte, durch welche Hr. von Wie-

beking ſtarke Balken auf dem Bauhofe zu München bog, nach den Reſultaten, welche derſelbe in bemeldter Brückenbaukunde S. 78. anführet.

Rückſichtlich deſſen muß ich vorläufig bemerken, daß Hr. von Wiebeking bey Anſtellung dieſer Verſuche einzig die Abſicht hatte, zu unterſuchen, wie ſtark ſich Balken von gegebener Holzart, Länge und Stärke, biegen laſſen, bis ſie brechen; um davon bey Bogen-Brücken Anwendung machen zu können.

Bey dieſen Verſuchen nun wurde der zu biegende Balken in $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ ſeiner Länge auf Unterlager aufgelegt, während er mit ſeinem hintern Ende feſte gemacht war. Von ſeinem vordern Ende hieng eine Kette mit Zubehör von $263\frac{1}{2}$ Pfunden herunter, die einen Hebel umfaßte, deſſen eines Ende ſich an eine feſte Ueberlage drückte, während an dem andern Ende Gewichte angehängt wurden. Der Hebel ſelbſt war 33 Fuß lang und $10\frac{1}{2}$ Zoll dick, mochte alſo bey 520 Pfunden wiegen; und ſein kürzerer Arm nach der Seite des Ueberlagers war $\frac{1}{8}$ ſeiner Länge.

So wie daher der Hebel durch ſein eigenes Gewicht, und durch die vorne ihm anhängende Laſt niederſank, ſpannte er die ihn umgebende Kette an, und zog ſo den Balken nieder, welcher dadurch auf ſeinen Unterlagern gekrümmt wurde.

Indem ich nun nach den Principien des phyſicaliſchen Hebels zunächſt die Kräfte berechnete, welche den Hebel an der Stelle der Kette, bey verſchiedenen Belaſtungen, niederzogen, fand ich für einen fichtenen Balken von 16 Zoll ins Quadrat bey $53\frac{1}{2}$ Fuß Länge, und 2700 Pfunden Gewicht, folgende Biegungen für folgende äußere biegende Kräfte:

Verſu-

Verſuch.	Biegung.	Kräfte.
I.	3″ „ 6‴	263
II.	5 „ 8	2345
III.	10 „ 6	2825
IV.	11 „ 1	3345
V.	12 „ 10	3825
VI.	16 „ 1	4305
VII.	17 „ 11	5545
VIII.	20 „ 0	6505

Da ferner der Balken in ſeinem Schwerpunct ſein Unterlager hatte, ſo wuchtete er auf beyden Seiten gleich ſtark; und bog ſich an ſeinem freyen Schenkel, während an ſeinem Ende eine Laſt von 263 Pfunden hieng, nur um 2½ Zolle; er würde ſich daher ohne dieſe Laſt nur ſehr wenig gebogen haben.

Um nun zu prüfen, ob dieſer Balken ſich auch nach dem vorhin eruirten logiſtiſchen Geſetz gebogen haben mochte, trug ich jene Kräfte auf eine gerade Linie als Abſciſſe, und ſetzte die ihnen entſprechende Biegungen des Balkens auf dieſelbe, als Ordinaten, ſenkrecht.

Dabey zeigte ſich insbeſondere bey dem dritten Verſuch eine auffallende Irregularität, die nur im fehlerhaften Abmeſſen oder Notiren ihren Grund haben kann, weil die zwiſchen die Ordinaten von 5 „ 8 und 11,1 hineinfallende Ordinate 10½ viel zu groß iſt.

Uebrigens ſtehen die gemeſſenen Ordinaten mit den gleichnahmigen der logiſtiſchen Scale folgendermaßen neben einander:

Verſuch.	Conſtruction.
5″,, 8	5″,, 8
10 ,, 6	7 ,, 6
11 , 1	10 ,, 1
12 ,, 10	12 ,, 10
16 ,, 1	16 ,, 1
17 ,, 11	18 ,, 0
20 ,, 0	20 ,, 0

Auch zeigte ſichs bey der Conſtruction, daß die Scale von der Ordinate 16 abbrach, und von da bis 20 geradlinicht fortlief; welches vermuthen läßt, daß ſchon bey 16 Zoll Biegung einige Fibern geriſſen ſeyn mögen.

Außer dieſen Verſuchen ſtellte Hr. v. Wiebeking noch andere an, mit 2 und 3 über einander liegenden Balken; von welchen ich wegen beſſerer Congruenz folgende dem Calcul unterzog.

Hr. v. Wiebeking ließ nemlich 3 fichtene Balken von $50\frac{1}{2}$ Fuß Länge und 10 Zollen ins Gevierte auf einander plätten, und brachte ſie in dieſen Zuſtand unter jene Vorrichtung, wobey dieſe vereinte Balken, durch folgende Kräfte, beyſtehende Senkungen oder Biegungen erhielten.

Verſuch.	Biegung.	Kraft.
I.	3″ ,, 6‴	263
II.	11 ,, 8	2343
III.	17 ,, 10	2823
IV.	23 ,, 6	3303
V.	35 ,, 0	4283
VI.	46 ,, 0	5223

Anmer-

Anmerkung.

Als man nach dem IVten Verſuch das Biegen noch weiter fortſetzte, trennten ſich ſchon in etwas die Fibern der Balken.

Indem ich nun dieſe nach Pfunden ausgedrückte Kräfte auf eine gerade Linie als Abſciſſe trug, und die ihnen entſprechende Senkungen oder Biegungen als Ordinaten auf dieſelbe ſenkrecht ſtellte, zeigte ſichs auch hier, daß letztere in geometriſcher Progreſſion bis dahin fortlaufen, wo die Fibern bereits ſich zu trennen begannen; es verlohr ſich von da an die logiſtiſche Curve in eine gerade Linie, bis zur Biegung von 46 Zollen; wobey die den Kern umgebenden Fibern des obern Balkens abriſſen. Der logiſtiſche Calcul gab übrigens folgende Reſultate.

Biegung.	Kraft.	Biegung.	Kraft.	Biegung.	Kraft.
6 Zoll	1383	20	3051	34	4130
8	1780	22	3183	36	4295
10	2094	24	3303	38	4461
12	2343	26	3468	40	4627
14	2557	28	3634	42	4793
16	2772	30	3800	44	4958
18	2946	32	3968	46	5223

Theilet man jede der biegenden Kräfte durch die Zahl der über einander geplätteten Balken, ſo ergibt ſich in dem Quotienten die mittlere Kraft, welche einen der 10zolligen Balken in den andern, auf den nemlichen Unterlagern, auf eine gewiſſe Senkung bieget.

Nach dieſem bieget z. E. eine Kraft von 1741 Pfunden den 10zolligen Balken, in der Länge von 50 Fußen, auf 46 Zolle; wenn eine Kraft von 1100 Pfunden den nemlichen Balken auf 24 Zolle bieget.

Sollten 6 dergleichen Balken über einander gebogen werden, ſo iſt hiezu die 6fache Kraft nothwendig; oder 6 ſolche Balken würden, unter den nemlichen äußern Umſtänden, durch 10446 und 6606 Pfunde auf 46 und auf 24 Zolle gebogen werden können.

Uebrigens gewähren die Reſultate der logiſtiſchen Scale, verglichen mit den gemeſſenen Biegungen der Balken, in beyderley Verſuchen die genaue Uebereinſtimmung mit letztern; und es läßt ſich daher annehmen, daß das Biegungs-Geſetz vierkanntiger Balken ein logiſtiſches ſeye.

Dieſe Balken heiße ich von nun an die Probe-Balken, und bezeichne die Kräfte mit u, q, p, durch welche ein ſolcher Balken in ſeiner Mitte um a, b, c Zolle wirklich gebogen wurde: auch ſey $q - u = d$; und $p - u = nd = g$.

Für dieſe Bezeichnungen iſt alſo nach der logiſtiſchen Scale

$$c = a\left(\frac{b}{a}\right)^n; \text{ und } g = d.\frac{\log\frac{c}{a}}{\log\frac{b}{a}}.$$

Ferner $g + u = p$.

Wenn die Balken einerley Stärke, aber verſchiedene Längen haben.

II. Hätten wir Hrn. von Wiebeking außer dieſen ſchätzbaren Verſuchen noch mehrere zu verdanken, die mit Balken von verſchiedener Länge und Stärke angeſtellt worden wären, ſo würde man nach denſelben ein allgemeines Biegungs-Geſetz abſtrahiren, oder die Function entwik-

entwickeln können, in welcher die Biegung eines Balkens mit ſeiner Länge, Stärke, und anhängender Laſt in Verhältniß ſtünde.

Nun gibt wohl die Theorie der elaſtiſchen Curven, nach welcher aber Balken als biegſame Linien angeſehen werden, das Verhältniß an, und lehret, daß eine ſolche Ruthe in der doppelten Länge durch die nemliche Laſt 8 mal tiefer, als in der einfachen Länge niedergedrückt werde, und daß überhaupt die Biegung mit dem Cubus des Abſtands der nemlichen Laſt zunehme.

Um mich nun deſſen zu überzeugen, ſtellte ich die vorhin angeführte Büffonſche Verſuche zuſammen, wobey Balken, welche an ihren beyden Enden auf feſten Unterlagern liegen, durch in ihrer Mitte aufgelegte Laſten gebogen wurden.

a. Nach dieſen Verſuchen bieget ſich aber zufolge der Tabelle (I.) der Balken N. V. von 24 Fußen unter einer Laſt von 2000 Pfunden auf 11 Zolle; da hingegen ein anderer N. VII. von 12 Fußen, bey dem nemlichen Querſchnitt durch die nemliche Laſt nur auf $\frac{3}{4}$ Zolle gebogen wurde. Beyde Biegungen verhalten ſich alſo gegen einander wie $\frac{3}{4} : 11 = 1 : 14\frac{2}{3}$.

Dabey wurden die 2000 Pfund auf N. VII. erſt aufgelegt, nachdem 1000 Pfund vorher ſchon 5 Minuten auf dem Balken gelegen hatten, und nachdem die 2000 Pfund auch 5 Minuten ruheten, wurde die Biegung gemeſſen.

Dagegen lagen auf dem Balken N. V. vorerſt 500 Pfund 5 Minuten, abermals 500, und wieder 500 Pfund, jedes 5 Minuten; der Balken wurde daher erſt mit den 2000 Pfunden beſchwert, nachdem er ſchon 15 Minuten lang belaſtet war, und deswegen Zeit gewonnen hatte, ſich tiefer zu ſenken, er würde nicht bis auf 11. Zolle geſunken ſeyn, wenn er, wie der Balken N. VII., nur 5 Minuten beſchwert geweſen wäre.

 Hier-

Hieraus folgert ſich nun ſo viel, daß das Verhältniß 1 : 14$\frac{2}{3}$ auf jeden Fall zu groß iſt.

Außerdem war es auch möglich, daß der Balken N. V. biegſamer als der N. VII. war, weil Bäume der nemlichen Art, wenn ſie auch auf dem nemlichen Boden, und unter einerley äußern Umſtänden erwachſen, nicht durchaus auch gleiche Eigenſchaften erhalten, weil dabey die Umſtände, unter welchen ſie ſeither neben andern erwuchſen, die ſich mit ihnen in die Säfte theilten, oder ſonſt ſie beſchatteten, auf ihre innern Eigenſchaften ſtarken Einfluß haben.

b. Dieſes Umſtandes wegen ſollten dergleichen Verſuche immer mit dem nemlichen Balken angeſtellt werden! Da ich nun bisher Verſuche ſolcher Art nicht auffinden konnte, ſo ſtellte ich vorerſt Verſuche im Kleinen an.

Dazu bediente ich mich einer gleich ſtark zugehobelten Schiene von Fichtenholz, deren Länge 5600, Breite 90, und Dicke 30 Theile meines in 1000 Theile eingetheilten Nürnberger Fußes hatten. Dieſe Schiene biſectirte ich, theilte jede Hälfte in 4 gleiche Theile, und legte ſie auf hölzerne dreyſeitige Priſmen, indem ich ſie mit einem Bleygewicht beſchwerte, das ich immer in ihrer Mitte aufſetzte.

Nachdem ich nun die Unterlager auf 1400 ſetzte, ſank die Schiene mit dem Gewicht auf 4 Theile; ſie ſank, als die Unterlager in 2800 ſtunden auf 34; für 4200 auf 104; und für 5600 auf 250 Theile.

Die Senkungen correſpondirten alſo mit den Entfernungen folgendermaßen:

Entfer-

Entfernung.	Senkung.
I.	4
II.	34
III.	104
IV.	250

Dieſe Zahlen verhalten ſich nun beynahe, wie die Cubi der Abſtände der Unterlagen; welche folgende Zahlen geben.

4 . 32 . 108 . 256.

Nach dieſen Verſuchen verhielten ſich alſo die Senkungen gleichartiger und gleichſtarker Balken, unter einerley Laſt, wie die Cubi ihrer Längen; ſo daß dieſemnach das Geſetz, welches Hr. Eytelwein für dieſelbe nach theoretiſchen Principien aufſtellt, ganz mit den Reſultaten dieſer Verſuche übereinſtimmt.

c. Um mich aber noch näher zu überzeugen, ob dieß Geſetz auch im Großen noch anwendbar ſey, machte ich auf dem hieſigen Bauhof folgenden Verſuch.

Ich theilte einen gleichſtark vierkanntig zugehauenen Balken von 59 ½ Fuß Länge, 6 ½ Zoll Höhe und 6 Zoll Breite in 8 gleiche Theile; und legte ihn anfänglich auf 2 und 4 Theile, wobey ich den Balken an ſeinen Enden in ſo weit unterſtützte, daß die ſtraff über ihn geſpannte Schnur ihn durchaus berührte; ſo daß er in ſeiner Mitte und an ſeinen Enden in einerley gerader Ebene ſich befand.

Als ich nun in ſeiner Mitte einen zufällig vorhandenen Hoyer aufſetzte, mit welchem Pfähle eingerammet werden, ſenkte ſich der Balken für folgende Abſtände der Unterlager, folgendermaßen:

Abſtand.	Senkung.
I.	$\frac{1}{5}$ Zoll.
II.	$1\frac{1}{2}$
III.	$5\frac{1}{2}$
IV.	$12\frac{1}{2}$

Nun verhalten ſich aber die Cubic-Zahlen für die einfachen doppelten drey- und vierfachen Abſtände, wie

$$\frac{1}{5} \,.\, 1\frac{3}{5} \,.\, 5\frac{2}{5} \,.\, 12\frac{2}{5}\,;$$

welche ſehr nahe mit den Zahlen des Verſuchs übereinkommen; ſo daß ſich auch nach dieſem Verſuch für Balken, die an ihren Enden aufliegen, der Satz beſtätiget, daß die Biegungen gleichartiger und gleichſtarker Balken, für gleiche Laſten, ſich wie die Cubi ihrer Längen verhalten.

Wenn alſo eine Kraft einen auf ſeinen Unterlagen horizontal liegenden Balken auf 2 Zoll bieget, ſo muſte ſie ihn in der nemlichen Stärke, bey der doppelten Länge auf $2^3 . 2 = 16$ Zolle biegen; oder die nemliche Laſt bieget den Balken in ſeiner halben Länge auf $\frac{1}{8}$ deſſen, was ſie ihn in ſeiner ganzen Länge bieget.

d. Dieſe Verſuche entſprechen nun der Theorie ſo genau, als man erwarten kann; da das Holz in verſchiedenen Längen ſelbſt verſchiedene Biegſamkeit haben kann.

Dagegen weichen die Verſuche von der Theorie auffallend ab, wenn das Holz in ſeiner Mitte feſt lieget, und die Laſt an ſeinen Enden hänget. Denn nach der Theorie ſoll auch für dieſen Fall, die Biegung mit dem Cubus des nächſten Abſtandes der nemlichen Laſt von der Loth-Linie durch den Scheitel des Holzes, zunehmen; welchem aber folgende Verſuche auffallend widerſprechen.

Ich

Ich ſtellte nemlich die eine Hälfte der vorhin bemeldten Schiene feſt, nachdem ich ſie in ihrer Mitte auf ein feſtes Unterlager gelegt hatte; und ſchob nun an ihren Theilungs-Puncten I. II. III. IV. ein Gewicht fort, wobey ich immer die Biegung, oder den ſenkrechten Abſtand des Theil-Punctes von der gezogenen Horizontal-Linie mit einem Maßſtab maß, von welchem $\frac{700}{1000}$ des Nürnberger Fußes gerade $\frac{543}{1000}$ maßen.

Dabey ergaben ſich mir nun für folgende Abſtände der nemlichen Laſt, auch folgende Biegungen.

Abſtand.	Biegung.
I.	16
II.	63
III.	146
IV.	312

Nach der Theorie hingegen hätte für die doppelte Entfernung, die Biegung 8.16 oder 128, und für die 3fache Entfernung vollends gar 27.16 oder 332 ſeyn ſollen; da ſie hingegen nach dem Mittel aus 6 Verſuchen nur 63 und 146 war.

Als ich nun die Abſtände der Laſt als Ordinaten, und die ihnen entſprechende Biegungen als Abſciſſen anſahe, und für dieſelbe den Halbmeſſer eines Kreiſes berechnete, fand ich denſelben = 9222 des Maßſtabs; und es congruirten die gemeſſenen Abſciſſen ganz mit jenen eines Kreiſes von dieſem Halbmeſſer, bis auf die vierte Ordinate, welche für den Kreis 332 iſt; da ſie hingegen für die Curve, in welche ſich der Stab zog, nur 312 iſt.

Aus

Aus dieſen Verſuchen läſſet ſich nun abnehmen, daß die Curve, in welche ſich der Stab bog, bis auf $\frac{146}{543.6}$ oder $\frac{1}{22}$ ſeiner Länge, ganz genau mit der circulariſchen Krümmung zuſammenfalle; ſie congruirt noch ſehr nahe mit derſelben, wenn die Biegung $\frac{1}{10}$ der Länge des gebogenen Holzes iſt!

Nun iſt aber die Krümmung der Balken, in ſoweit ſie zu Bogen-Brücken angewandt werden, der Erfahrung zufolge, höchſtens $\frac{1}{15}$ ihrer Länge; man kann daher auch annehmen, daß die Curve, in welche ſich Balken unter der Vorrichtung des Hrn. v. Wiebekings ziehen, auch nahezu eine circulariſche Krümmung ſeye.

Es bezeichne daher der Buchſtabe (l) die halbe Sehne des gekrümmten Balkens; (c) ſeine größte Biegung in ſeiner Mitte, und (r) ſeinen Krümmungs-Halbmeſſer, ſo iſt einmal nach den Eigenſchaften des Kreiſes

$$l^2 = 2rc - c^2 \text{; und } r = \frac{l^2 + c^2}{2c} \text{; } c = r - \sqrt{(r^2 - l^2)}.$$

Bey den Verſuchen mit dem Probe-Balken-Syſtem bogen ſich z. E. drey auf einander geplättete Balken, von $50\frac{1}{2}$ Fuß Länge und 10 Zoll im Quadrat, durch eine Kraft von 1780 Pfunden, um 8 Zolle. Setzt man nun die halbe Sehne des mittlern Balkens oder $l = 25$ Fuße, und $c = \frac{2}{3}$ Fuße, ſo iſt der Krümmungs-Halbmeſſer der Central-Linie des mittlern Balkens oder $r = 469$ Fuße.

Da ferner die nemlichen Balken unter einer Laſt von 2772 Pfunden, ſich um 16 Zolle ſenkten, ſo iſt für dieſen Fall der Krümmungs-Halbmeſſer des mittlern Balkens $= 235$ Fuße.

Krümmungs-Function vierkanntiger Balken.

III. Indem ſich aus den bisherigen Betrachtungen ergibt, daß ſich vierkanntige, in ihrer Mitte unter-

ſtützte,

ſtützte, und an ihren Enden gleich ſtark belaſtete Balken beynahe circulariſch krümmen, ſo trage ich nun darauf an, die Krümmungs-Function ſelbſt, einzig nach Erfahrungs-Maximen, zu conſtituiren.

Ich bezeichne deswegen den Probe-Balken, von welchem ich ausgehe, mit dem Buchſtaben A, von welchem man aus der Erfahrung weiß, daß er ſich durch eine Kraft P an ſeinen beyden Enden angebracht, um (c) Zolle in ſeiner Mitte bieget, während ſeine halbe Sehne = l Fuße, ſeine Breite = b und ſeine Höhe = h, und ſein Krümmungs-Halbmeſſer = r iſt.

Dieſen Balken ſtelle ich mit einem andern B zuſammen, der mit dem A von gleicher Holzart und übrigen auf ſeine Biegſamkeit inſluirenden Umſtänden von gleicher Beſchaffenheit, das iſt, mit ihm ganz gleichartig iſt. Dieſer Balken B iſt B Zolle breit, H Zolle hoch, bey einer Sehnen-Länge von L Fußen, und ſenket ſich an ſeinen Enden mit einer Kraft Q belaſtet in ſeiner Mitte um C. Zolle, wobey ſein Krümmungs-Halbmeſſer = R Fuße iſt.

Wüſte man nun die biegende Kraft Q aus den für beyde Balken gegebenen Dingen zu beſtimmen, ſo wäre die Krümmungs-Function gefunden! In dieſer Abſicht ſchlage ich nun folgenden Weg ein.

Ich nehme zuvörderſt beyde Balken A und B gleich ſtark und gleich gekrümmt an, und bezeichne die Kraft, welche den Balken B in dieſer Vorausſetzung krümmet, mit K.

Je größer nun L in Vergleich mit l iſt, um ſo größer wird die Wucht der Kraft K ſeyn; das iſt: es wird nach den Principien des doppelarmichten Hebels ſeyn

$$P : K = \frac{1}{l} : \frac{1}{L}.$$

Nun

Nun läſſet ſich aber der Erfahrung zufolge der nemliche Balken um ſo leichter oder ſchwerer biegen, je länger oder kürzer ſein Krümmungs-Halbmeſſer iſt: die biegende Kraft iſt daher eine Function jenes Halbmeſſers; welche auf jeden Fall die einfachſte iſt, wenn ſich die biegende Kräfte verkehrt, wie die Krümmungs-Halbmeſſer, verhalten. Dieſen Fall nehme ich indeſſen an, und bezeichne die Kraft, welche den Balken B, bey ſeinem Krümmungs-Halbmeſſer R auf C. Zolle bieget, mit dem Buchſtaben O; es iſt deswegen auch

$$K : O = \frac{1}{r} : \frac{1}{R}.$$

Verbindet man dieſe zwey Proportional-Sätze mit einander, ſo iſt auch

$$P : O = \frac{1}{r\,l} : \frac{1}{R.L}.$$

Da ferner die Balken für die Bogen-Brücken immer nur in ſo weit gebogen werden, daß man ihre Sehnen für ihre Längen ſelbſt ohne merklichen Fehler annehmen kann, ſo können deswegen in dieſer Function die Buchſtaben l und L die Balken-Längen ſelbſt vorſtellen.

a. Um mich nun zuvörderſt zu überzeugen, ob die biegende Kräfte auch wirklich in verkehrtem Verhältniß der Krümmungs-Halbmeſſer ſelbſt, oder ſtatt deſſen in einer höhern Potenz derſelben ſtehen möchten, ſtellte ich folgende Verſuche an.

Ich zog an einer ſenkrechten Wand eine Loth-Linie; verband mit dieſer eine Horizontal-Linie, und zog nun durch den Durchſchnitts-Punct beyder, drey Kreisbogen von 30219 „ 18772 „ 15109 Halbmeſſer meines 1000theiligen Maßſtabes, indem ich die berechneten Puncte mit dem Druck-Cirkel zuſammen zog, mit welchem ich bey Zeichnung der Land-Charten, Kreiſe von großen Halbmeſſern, zu ziehen pflege.

Als ich nun folgende Gewichte an einen in der Horizontal-Linie auf einer Seite feſtgemachten Stab in verſchiedenen Stellen anbrachte, zogen mir dieſelben den Stab in die Kreis-Linien, nemlich:

Halbmeſſer.	Gewichte.
30,219	$11\frac{1}{2}$. 19 . 28
18,772	19 . 32 . 17
15,109	22 . 39 . 55

Nach dieſen Verſuchen bog ſich daher der Stab mit $11\frac{1}{2}$ „ 19 „ 22 Lothen in die Kreis-Linien von den Halbmeſſern 30,219 „ 18,772 „ 15,109.

Nun iſt aber $11\frac{1}{2} : 19 = \frac{1}{30,219} : \frac{1}{187,772}$. beynahe;

eben ſo iſt $11\frac{1}{2} : 22 = \frac{1}{30219} : \frac{1}{15109}$. beynahe.

wornach ſich alſo ergibt, daß ſich für den nemlichen Stab die biegende Kräfte verkehrt, wie die Krümmungs-Halbmeſſer, verhalten.

b. Bisher wurde immer noch der Balken B mit dem Probe-Balken A gleich ſtark angenommen! Nun ſind aber ihre Breiten B und b, und ihre Höhen H und h.

Wären nun beyde Balken von gleichen Längen und Höhen, ſo würde die Kraft U, welche den Balken B bieget, um ſo größer ſeyn müſſen, je breiter der Balken B in Vergleich mit dem A iſt, oder es würde ſeyn

$$O : U = b : B.$$

Nun biegen ſich aber, der Erfahrung zufolge, Balken von gleicher Länge und Breite, um ſo leichter oder ſchwerer, je höher ſie ſind; wenn daher eine Kraft Q den Balken B in der Höhe H biegen ſoll, ſo wird ſie um ſo

größer

größer ſeyn müſſen, je größer H in Vergleich mit der Höhe h der Probe-Balken A iſt.

Ich ſetze daher indeſſen

$$U : Q = h^n : H^n;$$

und ſuche nachgehends den Werth des Exponenten n nach Erfahrungs-Maximen auszumitteln.

Werden nun dieſe Sätze mit dem vorigen für gleich ſtarke Balken verbunden, ſo ergibt ſich folgender Proportional-Satz:

$$P : Q = \frac{h^n . b}{l . r} : \frac{H^n . B}{L . R},$$

welcher die verlangte Krümmungs-Function ausdrücket.

In dieſer iſt nun $r = \frac{l^2 + c^2}{2c}$; und $R = \frac{L^2 + C^2}{2C}$.

c. Alles kommt demnach noch darauf an, den Werth des Exponenten (n) in dieſer Function nach Erfahrungs-Maximen auszumitteln; wozu ich folgenden Weg einſchlage.

Werden dieſe Werthe in vorige Function ſubſtituirt, ſo iſt auch

$$P : Q = \frac{b}{l} . \frac{h^n . c}{l^2 + c^2} : \frac{B}{L} . \frac{H^n . C}{L^2 + C^2}.$$

Ich benutze nemlich abermals die von Hrn. Büffon angeſtellte Verſuche; und da ſich die Biegungen der Balken zunächſt aus dem Maximo ihrer Biegung, welche ſie in dem Moment ihres Knackens haben, möchten beurtheilen laſſen, ſo gehe ich zunächſt von ſolchen Verſuchen aus, wobey die Balken ſo lange belaſtet wurden, bis ſie zu knacken begannen: und wähle außerdem hiezu vorzüglich ſolche Balken aus, die nach ihrer Stärke am meiſten differiren; weil für ſolche die Differenzen am merklichſten ſind.

Dieſe ſind nun bey den Büffonſchen Verſuchen eichene vierkanntig zugehauene Balken von 5 und 8 Zollen:

len; für welche beygeſetzte Tabelle die Laſten angibt, unter welchen ſie in gleichen Längen zu knacken anfangen.

Tabelle II.

Balken von 5 Zoll. Balken von 8 Zoll.

Länge.	Laſt.	Senkung.	Länge.	Laſt.	Senkung.
10 Fuß	7225	3″ „ 2	10	27800	3 „ —
.	7050	3 „ 6	.	27700	2 „ 3
.	7100	4 „ —	.	——	——
12	6050	5 „ 6	12	23900	3 „ —
.	6100	5 „ 9	.	23000	2 „ 11
14	5400	8 „ —	14	20050	3 „ 10
.	5200	8 „ 3	.	19500	3 „ 2
16	4425	8 „ 1	16	16800	5 „ 2
.	4275	8 „ 2	.	15950	3 „ 9
18	3750	8 „ —	18	13500	4 „ 6
.	3650	8 „ 2	.	12900	4 „ 1
20	3275	8 „ 10	20	11775	6 „ 6
.	3175	10 „ —	.	11200	6 „ —

Zählet man zuvörderſt die Preſſungen und Senkungen der 10füßigen Balken, für 5 und 8 Zoll im Quadrat zuſammen, und nimmt aus jedem das Mittel, ſo zeiget ſich nach demſelben, daß ein eichener Balken in den an-

dern genommen, bey 10 Fuß Länge, und 5 Zoll ins Quadrat, unter einer Laſt von 7125 Pfunden, ſich um 3″, 7‴ ſenke in dem Moment, in welchem er unter dieſer Laſt zu knacken anfängt.

Eben ſo bieget ſich bey der Länge von 10 Fußen ein eichener Balken in den andern, in einer Stärke von 8 Zoll ins Quadrat, bey einer Laſt von 27750 Pfunden, um 2″, $7\frac{1}{2}$‴, bis er zu knacken beginnet.

Wenn ich nun der Kürze wegen annehme, daß die Senkungen ſich wie die Preſſungen verhalten, ſo würde der 8zollige Balken ſich unter einer Laſt von 7125 Pfunden, nur um 0,674 Zolle biegen; ſeine Senkung verhält ſich daher zu der Senkung des 5zolligen Balkens, bey gleicher Laſt, wie $0{,}674 : 3\frac{7}{12} = 1 : 5{,}31$, oder der 5zollige Balken ſinkt in gleicher Länge und aufliegender Laſt mit dem 8zolligen 5,31 mal tiefer, als der 8zollige.

Indem ich ferner für die Balken von 12, 14, 16, 18, 20 Fußen dieſer Tabelle eine ähnliche Vergleichung anſtellte, fand ich für dieſe Balken folgende Verhältnißzahlen ihrer Senkungen: 5,31; 7,24; 8,67; 6,79; 6,73; 5,30.

Nimmt man aus dieſen das Mittel, ſo iſt daſſelbe 6,67; das iſt: im Mittel durch 13 eichene Balken von 5 und 8 Zollen, verhält ſich die ausgeglichte Senkung unter gleichen Laſten, wie $1 : \frac{1}{6{,}67}$; oder ſo oft der 5zollige Balken ſich um einen Zoll ſenket, ſo oft ſenket ſich der 8zollige Balken um $\frac{1}{6{,}67}$ Zoll, bey gleicher Länge und aufliegender Laſt.

Nun verhält ſich aber $5^4 : 8^4 = 625 : 4096 = 1 : 6{,}55$; oder es verhielten ſich nach dieſer Zuſammenſtellung die Biegungen gleichartiger quadratiſcher Balken, bey gleichen Längen und Belaſtung, wie die Biquadrate

ihrer

ihrer Seiten; oder es wäre in der Biegungs-Function, der Werth von $k = 4$; ſo daß ſich alſo durch dieſe Verſuche, die äußerſt ſcharfſinnige Theorie beſtätiget, welche Hr. von Eytelwein in ſeiner vortreflichen Statik feſter Körper, ausgeführt hat.

Wird nun dieſer Werth in obige Function ſubſtituirt, ſo iſt für quadratiſche Balken, bey welchen $b = h$ iſt,

$$P : Q = \frac{h^4}{r.l} : \frac{H^4}{R.L}.$$

Weil nun auch $h^4 = h.h^3$ iſt, ſo iſt auch im allgemeinen

$$P : Q = \frac{b}{l} \cdot \frac{h^3 c}{l^2 + c^2} : \frac{B}{L} \cdot \frac{H^3 . C}{L^2 + C^2}.$$

Um dieſe Function durch ein Exempel zu erläutern, nehme ich folgenden Fall an.

Man habe einen fichtenen Balken A von 50 Fuß Länge, und 10 Zoll im Quadrat vor ſich, der ſich durch eine an jedem ſeiner Enden angebrachte Kraft P in ſeiner Mitte um 16 Zolle oder $\frac{4}{3}$ Fuß ſenket; während ein anderer gleichartiger Balken B von 53 Fuß Länge und 16 Zolle im Quadrat, ſich in ſeiner Mitte, durch eine an ſeinen Enden angebrachte Q um 11 Zolle oder $\frac{11}{12}$ Fuß bieget; fragt ſichs: wie groß die Kraft Q ſeyn müſſe?

Dieſe Frage zu beantworten, ſuchet man in der Tabelle (I.), welche für den Balken A gilt, die Kraft P auf, welche 3 ſolche Balken auf 16 Zolle bieget. Dieſe iſt hier 2772 Pfund,

mithin für einen Balken $\frac{2772}{3} = 924 = P.$

Anmerkung.

Die Zahl 2772 hat ſich hier aus der logiſtiſchen Scale ergeben, welche ich den mit ſolchen Balken angeſtellten Verſuchen möglichſt angepaßt habe; ſie kann daher immer um einige Pfunde von der eigentlichen Kraft diffe-

riren, welche dieſe Balken wirklich auf 16 Zolle gebogen haben würde.

Nehme ich nun indeſſen die Kraft P = 924 an, ſo iſt für dieſe Balken $l = 25$; $L = 26\frac{1}{2}$; $C = \frac{4}{3}$; $c = \frac{11}{12}$; $b = h = 10$ Zolle; $B = H = 16$ Zolle; alſo

$$Q = \left(\frac{H}{h}\right)^4 \cdot \frac{l}{L} \cdot \frac{C}{c} \cdot \frac{l^2+c^2}{L^2+C^2} \cdot P.$$

Nun iſt aber $\frac{H}{h} = 1{,}6$. und $\log \left(\frac{H}{h}\right)^4 = 0{,}8080800.$

$$\frac{l}{L} = \frac{250}{266} \;.\; \log \frac{l}{L} = 0{,}9746941 - 1.$$

$$\frac{C}{c} = \frac{33}{48} \;.\; \log \frac{C}{c} = 0{,}8372727 - 1.$$

$$\frac{l^2+c^2}{L^2+C} = \frac{626{,}77}{703{,}09} \;.\; \log \frac{l^2+c^2}{L^2+C^2} = 0{,}9501392 - 1.$$

$$P = 924 \;.\; \log P = 2{,}9268567.$$

$$\log Q = \;.\;.\; 3{,}5442780.$$

$$Q = 3501 \text{ Pfund.}$$

Nach den von Hrn. von Wiebeking mit dem Balken B angeſtellten Verſuchen bieget ſich aber derſelbe durch eine Kraft von 3345 Pfunden und 11 Zolle; die Rechnung gibt alſo hier 156 Pfund zu viel an.

Nun kann es wohl ſeyn, daß der Balken B nach ſeiner Natur, oder nach ſeiner größern Feuchte, oder nach beyden zugleich eine ſchwächere Biegung hatte, als der Balken A: da ich aber beym Nachrechnen der übrigen Verſuche immer größere Kräfte finde, als jene angeben, ſo ſcheint die Zahl P = 924 bey der Conſtruction der logiſtiſchen Scale etwas zu groß ausgefallen zu ſeyn. Die Interpolation gibt auch wirklich dieſelbe etwas kleiner an; ſo daß alſo die conſtruirte Biegungs-Function ganz den Verſuchen des Hrn. von Wiebekings adäquat iſt.

§. 3.

§. 3.

Die größte Biegung eines Balkens.

Immer aber findet die Biegung des Balkens ſeine Gränze in dem Moment, in welchem er knacket; es bricht von dieſem Moment an ſeine äußerſte gekrümmte Schicht an jener Stelle, in welcher die Dehnung ihrer Fibern größer als ihre filare Cohärenz wird; es bricht von dieſem an, eine ſeiner Schichten nach der andern momentan, bis der ſchwebende Balken ganz abgebrochen iſt.

Auf jeden Fall aber läſſet ſich der Balken, ehe er bricht, um ſo ſtärker biegen, je länger und dünner er iſt! Die Länge und Höhe oder Stärke des Balkens conſtituirt daher die größere oder kleinere Senkung, oder Biegung, welche er bis zum Beginnen des Bruchs erhält.

Da nun die Beſtimmung der größten Biegung des Balkens, bey welcher er zu knacken beginnt, auf die folgenden Unterſuchungen den nächſten Einfluß hat, ſo habe ich mich bemühet, einen Ausdruck zu conſtruiren, nach welchem dieſe Biegung, und mit ihr auch das Verhältniß derſelben zur Länge des Balkens, wo nicht nach aller Schärfe berechnet, doch wenigſtens überſchlagen werden kann, welcher Ueberſchlag in den meiſten vorkommenden Fällen genüglich iſt.

a. Um nun zuvörderſt das Geſetz zu finden, in welchem dieſe größte Biegung des Balkens mit ſeiner Länge ſtehet, lege ich abermals die von Büffon angeſtellte, in der Tabelle (II.) aufgeſtellte Verſuche zum Grunde, und vergleiche nach derſelben zuvörderſt die größten Biegungen gleich ſtarker, aber ungleich langer Balken mit einander.

Nun knacket aber nach dieſer Tabelle ein 5zolliger 10 Fuß langer eichener Balken, bey einer mittlern Biegung von $3\frac{1}{2}$ Zollen, während ein anderer gleich ſtarker von 20 Fuß Länge erſt mit 10zolliger Biegung knacket.

Es verhält ſich aber

$$3\tfrac{1}{2} : 10 = 10 \,.\, \sqrt{10} : 20 \,.\, \sqrt{20} \text{. beynahe.}$$

Bezeichnen daher (l) und (L) die Längen beyder Balken von einerley Holzart und übrigen Beſchaffenheit; (g) und (k) aber ihre ſtärkſten Biegungen; ſo wäre dieſemnach

$$g : k = l^{\frac{3}{2}} : L^{\frac{3}{2}}.$$

das iſt: die größten Biegungen gleichartiger und gleichſtarker Balken verhalten ſich wie die Quadrat-Wurzeln aus den Cubis ihrer Längen.

b. Haben die Balken einerley Längen, ſo läſſet ſich der eine um ſo ſtärker biegen, ehe er knacket, je dünner er in Vergleich mit dem andern iſt.

Nach den Büffonſchen Verſuchen obiger Tabelle knacket z. E. der 5zollige 20 Fuß lange Balken mit 10 Zolle Senkung, wenn der 8zollige eben ſo lange ſchon mit 6 Zoll Senkung zu knacken beginnet.

Nun iſt aber

$$\frac{1}{5 \,.\, \sqrt[3]{5}} : \frac{1}{8 \,.\, \sqrt[3]{8}} = 10 : 5{,}4.$$

Das Reſultat der Rechnung weichet alſo von dem Verſuch nur um $\frac{6}{10}$ Zoll ab.

Eben ſo knacken Balken von gleicher Stärke, in der Länge von 12 Fußen, mit $5\frac{1}{2}$ und 3 Zollen; und es iſt wie vorhin

$$16 : 8{,}55 = 5\tfrac{1}{2} : 3 \text{ beynahe.}$$

Nach den durch Hrn. von Wiebeking angeſtellten in deſſen Brückenbaukunde S. 78. angeführten Verſuchen, began-

begannen ferner fichtene Balken in 53 Fuß Länge, bey einer Stärke von 10 und 16 Zollen in einer Biegung von $37\frac{3}{4}$ und 20 Zollen zu knacken: und es iſt deswegen für dieſe Balken

$$\frac{1}{10 \cdot \sqrt[3]{10}} : \frac{1}{16 \cdot \sqrt[3]{16}} = 37\tfrac{3}{4} : 20{,}1;$$

Die Rechnung ſtimmt daher mit dem Verſuch ganz überein.

Da nun dieſer Ausdruck außer den eichenen Balken auch für fichtene zupaſſet, ſo läſſet ſich vermuthen, daß er auch für andere Holzarten anwendbar ſeye, über welche ſeither keine Verſuche öffentlich bekannt gemacht worden ſind. Es iſt übrigens zu bedauern, daß wir noch keine Verſuche haben, die im Großen mit 3 und mehrmal längern Balken angeſtellt worden ſind, um nach denſelben prüfen zu können, ob dieſer Ausdruck auch für die höhern Längen-Functionen paſſe? Doch iſt derſelbe für gegenwärtige Abſicht genüglich, weil die Brückenhölzer höchſtens 40 bis 60 Fuß lang ſind, alſo in ihrer Länge höchſtens um die Hälfte differiren.

Sind nun beyde Balken in ihren Längen und Höhen verſchieden, ſo kann man bis dahin annehmen, daß ſich ihre größte Biegungen, in welchen ſie zu knacken beginnen, verhalten

$$g : k = \frac{l^{\frac{3}{2}}}{h^{\frac{4}{3}}} : \frac{L^{\frac{3}{2}}}{H^{\frac{4}{3}}}.$$

Beginnet nun ein 10zolliger 53 Fuß langer fichtener Balken, bey einer Biegung von $37\frac{3}{4}$ Zollen, ſchon in ſeinen Faſern etwas zu reiſſen, ſo würde er in einer Länge von 50 Fußen abgeſchnitten, ſchon bey einer geringern Biegung in dieſe Umſtände kommen; oder es iſt in dieſem Fall nach dieſen Ausdruck für ihn:

$$53 \cdot \sqrt{53} : 50 \cdot \sqrt{50} = 37\tfrac{3}{4} : k; \text{ oder}$$

$$385{,}84 : 353{,}50 = 37\tfrac{3}{4} : k;$$

$$\text{mithin } k = 34{,}35 \text{ Zolle.}$$

Bey dem Balken würden alſo ſchon einige ſeiner Fibern reiſſen, wenn er bis auf 34,35 Zolle gebogen würde.

c. Da die Ausſindung der größten Biegung eines Balkens, wobey ſeine Fibern ſchon in etwas zu reiſſen beginnen, für die folgenden Unterſuchungen von groſſer Wichtigkeit iſt, ſo habe ich dieſe Biegungen für ausgetrocknete fichtene Balken von 10 bis 21 Zollen, bey 50 Fuß Länge, in folgender Tabelle zuſammengeſtellt.

Länge der Balken 50 Fuße.

Stärke.	Biegung.	Stärke.	Biegung.
10 Zoll	34,35 Zolle	16	18,3 Zolle
11	30,2	17	16,9
12	26,9	18	15,7
13	24,2	19	14,6
14	21,9	20	13,6
15	20	21	12,8

Weiß man nach dieſer Tabelle die größte Biegung, welche ein fichtener Balken von 50 Fuß Länge, in gegebener Stärke leiden mag, bis einige ſeiner Fibern zu reiſſen beginnen, ſo kann man ſeine größte Biegung auch für jede andere Länge finden.

Es ſey z. E. der Balken bey einer Stärke von 15 Zollen nur 40 Fuße lang, ſo iſt nach der Analogie

$$50 \cdot \sqrt{50} : 40 \cdot \sqrt{40} = 20 : 14{,}3.$$

Die-

Dieſer Balken würde alſo in dieſer Länge höchſtens bis auf 14,3 Zolle gekrümmt werden dürfen.

Wenn daher dieſer Balken in trocknem Zuſtande nur auf 13 Zolle gebogen wird, ſo iſt man ſicher, daß ihm nicht zu viel geſchiehet; es wäre denn, daß er in ſeiner Subſtanz Aeſte, oder andere heterogene Theile hätte, welche die Continuität derſelben unterbrechen.

d. Uebrigens lehret dabey noch die Erfahrung, daß die Krümmung, welche ein Balken bis zu ſeinem Knacken annehmen mag, noch in Beziehung ſeye, mit der Vorrichtung, über welcher er ſich krümmet.

Es krümmet ſich nemlich der Balken über einem Lehrgerüſte, oder wenn er ſtatt deſſen auf einem andern aufliegend, gleichzeitig mit dieſem gebogen wird, ſtärker, als wenn man ihn nur über einer oder der andern Unterlage krümmet.

In letztern Umſtänden bieget ſich nemlich der an ſeinem einen Ende feſt gemachte Balken, an ſeinem andern Ende nach einer um ſo kürzern Sehne, je weniger Unterlager er hat, und dehnet dadurch die Fibern in ſeiner Mitte um ſo ſtärker, während das Unterlager ſich in ſeine untere Seite eindrücket.

Wird hingegen der Balken auf einem Lehrbogen gekrümmet, auf welchem er ſich nach und nach ganz auflegen kann, ſo vertheilet ſich die Dehnung continuirlicher, oder ſie wirkt nicht auf ſeine Mitte ſo ſtark, und der Balken läßt ſich deswegen um ſo ſtärker biegen, ehe er knackt.

Werden mehrere Balken gleichzeitig auf einander liegend gebogen, ſo gibt immer einer dem andern eine continuelle Unterlage ab, und die Balken werden durch die biegende Kraft nicht nach jener kurzen Sehne gebogen, nach welcher ſich der einzelne auf ſeinen Unterlagern biegen muß.

Als bey den durch Hrn. von Wiebeking auf dem Bauhof zu München angeſtellten Verſuchen, 3 fichtene Balken zu 10 Zollen bey 50 Fußen Länge, auf einander liegend gebogen wurden, bog ſich der oberſte Balken auf 46 Zolle, ehe er knackte; da er einzeln gebogen, ſich höchſtens auf 35 Zolle gebogen haben würde. S. 78. der Brückenbau-Kunde.

e. Theilet man die größte Biegung, welche ein Balken, bis er zu knacken beginnet, erhält, durch ſeine Länge, ſo gibt der Quotient ſeine größte Krümmungs-Quote, oder Krümmungs-Ordinate. Der 10zollige 53 Fuß lange Balken krümmte ſich bis auf 37¾ Zolle, ehe ſeine Fibern zu reiſſen anfiengen; es iſt daher ſeine größte

Krümmungs-Quote $= \frac{37\frac{3}{4}}{53 \cdot 12} = \frac{2544}{151} = \frac{1}{17}$ beynahe.

§. 4.

Reaction eines gebogenen Balkens.

Nun werden aber vierkanntig zugehauene Balken, vor ihrer Verwendung zu Bogen-Brücken, auf eigends hiezu aufgerichteten Lehrgerüſten gebogen, deren Lehrbogen immer circulariſch iſt, und deren Halbmeſſer dem Halbmeſſer der Brücke gleich kommt, bey welcher die zu krümmende Balken Anwendung finden ſollen.

Das Lehrgerüſte ruhet immer auf dem Werkſatz, der auf dem feſten Lande errichtet wird, und aus in den Boden eingerammten Klötzern beſtehet, über welchen andere Querhölzer liegen, welche dem Gerüſte die Unterlage abgeben.

Ueber dieſes werden runde Klötzer in gewiſſen Abſtänden und nivellirten Höhen dermaſſen gelegt, daß die höchſten Puncte derſelben ſämmtlich in einer Kreis-Linie liegen, die mit der Kreis-Linie der Bogen der zu erbauenden

den Brücke ganz überein kommt; dieſe höchſte Puncte jener Klötzer conſtituiren alſo den Lehrbogen des Lehrgerüſtes.

Auf dieſem Lehrgerüſte werden nun die vierkanntig zugehauene Balken, durch Hebel und Winden gebogen, zuſammen geſchifftet, und durch angebrachte Zwingen in ihrer circulariſchen Form erhalten: man bieget eine Balken-Läge über der andern, und läßt ſo den ganzen, aus ſeinen Curven-Lagen ſich conſtituirenden Brücken-Bogen, einige Monate durch ſeine Zwingen, zwiſchen welchen nach Umſtänden Keile eingetrieben werden, zuſammen gehalten, ſich ſelbſt über; bis die numerirten, gekrümmten Balken, nachgehends für ihre Beſtimmung abgenommen, und des Orts der Brücke verwendet werden.

Liegt nun ein Balken auf einem Klotz A des Gerüſtes auf, und wird nach dem andern Klotz B herunter gebogen, ſo verläuft er ſich alſo in der Tangente der Krümmung des Klotzes B; er verläuft ſich eben ſo in der Tangente des Klotzes C, wenn er auch nach dieſem herunter gebogen, und alſo feſte gehalten wird; er verläuft ſich eben ſo nach der Tangente des Klotzes D, wenn indeſſen ein anderer an ihn geſchifftet wird, wenn eine Zwinge beyde in der Schifftung hält, und macht mit letzterem dadurch ein Ganzes aus.

Da nun die Klötzer A „ B „ C . . . ſo wie alle übrige auf dem Werkſatz gleichweit von einander abſtehen, ſo biegen ſich gleiche Längen des Balkens auch immer um gleichviel; der Balken findet auf jedem Klotz ein neues Unterlager; die Kräfte, durch welche der Balken über jeden Klotz gebogen wird, ſind daher auch unter ſich gleich groß; und die Zwingen, welche die Balken ihres Orts in ihrer angenommenen Krümmung erhalten, leiden alſo anfänglich einen Druck, welcher der Kraft gleich iſt, mit welcher allda die Balken gebogen wurden.

Iſt

Iſt z. E. ein Klotz von dem andern 25 Fuße entfernet, ſo erfordern 3 fichtene Balken von 50 Fußen, in 10 Zoll Vierung, eine biegende Kraft von 2700 Pfunden; es hält daher auch anfänglich jede Zwinge einen Druck von 2700 Pfunden aus.

a. Nach der Anſicht (§. 1. II.) werden ferner bey dem Krümmen des Balkens die Hüllen ſeiner Stoffe über ſeiner Indifferenz-Schicht zur Seite, oder in ihren kurzen Axen, und unter derſelben in ihren Scheiteln, oder in ihren langen Axen um ſo mehr zuſammen gedrückt, je ſtärker der Balken gebogen wird; es nimmt dabey ihre Elaſticität in gewiſſem Grade mit der Zuſammendrückung zu, und der Balken verliehrt nach Umſtänden an ſeinen incolirenden Stoffen, die aus ihm ausgepreßt werden.

In dieſem Zuſtande ſtreben nun die Hüllen ſeiner Stoffe, durch den Ueberſchuß ihrer gewonnenen Elaſticität, ſtetig einen Raum zu gewinnen, in welchem ſich ihre natürliche Elaſticität wieder herſtellen könnte, welche ſie in dem natürlichen geraden Zuſtand des Balkens hatten: es reagiret deswegen der Balken durch den Ueberſchuß der Elaſticität der ihm verbliebenen Stoffe; er wirket nach derſelben der biegenden Kraft entgegen, und ſtrebet ſeinen natürlichem Zuſtand wieder herzuſtellen.

Wäre nun der Balken vor ſeinem Biegen ſo ausgetrocknet, oder gleichſam ausgedörrt geweſen, daß er während des Biegens gar keine ihm incolirende Stoffe mehr hätte verliehren können, ſo würde er mit dem totalen Ueberſchuß der Elaſticität, welche ſeine Stoffe gewonnen haben, der biegenden Kraft reagiren; er würde ſo, wie dieſe ceſſiret, ſeine Biegung ganz verliehren, und ſich in ſeinen natürlichen geraden Zuſtand einſchwingen: es iſt in dieſem Falle ſeine Reaction der biegenden Kraft ſelbſt gleich.

Je

Je mehr hingegen der Balken nach ſeinem naſſen Zuſtande an ſeinen incolirenden Stoffen bey ſeinem Krümmen verliehren könnte, um ſo mehr gewinnen die Hüllen ſeiner angeſtammten und ihm ſonſt verbliebenen Stoffe, Raum für ſich, in welchen ſie ſich ausbreiten können, und der gewonnene Ueberſchuß ihrer Elaſticität wird dadurch um ſo geringer, mithin die Reaction des Balkens um ſo ſchwächer: er ſchwingt ſich deswegen, ſo wie die biegende Kraft aufhöret, nicht mehr in ſeine gerade Form zurück, ſondern verharret in einer Krümmung, deren Halbmeſſer größer, als der Halbmeſſer ſeiner vorigen Krümmung iſt.

Könnte daher ein Balken an ſeinen incolirenden Stoffen ſo viele verliehren, daß die Hüllen ſeiner eigenen und ſonſt ihm noch verbliebenen Stoffe, ſich in einen Raum verbreiten könnten, wobey ſich die Elaſticität ihres natürlichen Zuſtandes ganz wieder herſtellet, ſo würde der gekrümmte Balken gar nicht mehr reagiren, ſondern in der Krümmung beharren, welche er auf dem Lehrgerüſte annehmen muſte; er würde ſo lange dieſe Form beybehalten, als nicht äußere Umſtände ſeinen Zuſtand ändern.

Wird die Luft, welche den ſich überlaſſenen Balken umgibt, wärmer, ſo nimmt die noch beſtehende Elaſticität der Hüllen ſeiner Stoffe mit der Wärme zu, und der Balken gehet in ſeinen Schenkeln aus einander, oder er ſchwinget ſich in eine Curve von noch größerem Halbmeſſer: er gehet hingegen an ſeinen Schenkeln um ſo enger zuſammen, oder krümmet ſich nach einem kürzern Halbmeſſer, je kälter die Luft wird, die ihn umgibt.

Kann der Balken bey der nemlichen Temperatur der Luft, nach der Dichte und Trockne derſelben, oder durch trockne Winde, noch einen Theil ſeiner incolirenden Stoffe verdünſten, ſo gewinnen die Hüllen ſeiner übri-

gen

gen Stoffe den Raum für ſich, welchen die verflüchtigten Stoffe zuvor eingenommen hatten; es wird dadurch ihre Elaſticität um ſo geringer, und der Balken ziehet ſich in ſeinen Schenkeln zuſammen, oder krümmet ſich nach einem kleinern Halbmeſſer.

Kann hingegen der Balken in ſeinem gekrümmten Zuſtande durch ſeine vacante Kräfte aus feuchter Luft, noch naſſe Stoffe einſaugen, ſo verengert ſich für ſeine übrige der Raum um den Raum der eingeſogenen; es nimmt dadurch die Elaſticität ihrer Hüllen mit ihrer Zuſammendrückung zu, wornach der Balken um ſo ſtärker reagiret, und ſich in eine Curve von größerem Halbmeſſer ziehet.

b. Wüſte man nun aus der Erfahrung, um wie viel nach gewiſſen Halbmeſſern auf ihren Lehrgerüſten gekrümmte Balken zurückgehen oder ausweichen, wenn ſie nach einiger Zeit von demſelben frey werden, ſo könnte man nach derſelben das Geſetz der Reaction ausmitteln!

Allein ſo wie uns überhaupt noch die nöthigen Verſuche über die gänzliche Conſtatirung des Krümmungs-Geſetzes abgehen, ſo fehlen uns rückſichtlich deſſen, die nöthigen Data faſt gänzlich; wenigſtens habe ich außerdem, was Hr. von Wiebeking in der Brückenbau-Kunde S. 15. über das Ausweichen gekrümmter Balken anführet, in gedruckten Schriften nichts ausfinden können.

Es bemerket nemlich derſelbe allda, daß fichtene Balken, von 13 bis 15 Zoll Höhe, und 12 bis 13 Zoll Breite, bey 65 Fuß Länge, nachdem ſie auf ihren Lehrgerüſten um $\frac{1}{35}$ .. $\frac{1}{33}$ ihrer Länge gebogen worden, und auf denſelben zwey Monate in dieſem geſpannten Zuſtande verharrten, nachgehends um $\frac{1}{5}$ .. $\frac{1}{3}$ ihrer Biegung zurück giengen, nachdem ſie von den Lehrgerüſten frey wurden.

Bey

Bey der Augsburger Brücke giengen nach S. 28. der Brückenbau-Kunde, die auf 15 bis 18 Zoll gebogenen Balken, wohl gar auf 7..8 Zoll zurück, nachdem ſie 2..3 Monate auf dem Werkſatz verblieben waren.

Hätte nun keiner der Balken, während dieſer Zeit an ſeiner natürlichen Elaſticität, etwas verlohren, ſo würde jeder derſelben ſich nachgehends wieder in ſeine natürliche gerade Form zurück geſchwungen, oder ſeine Biegung gänzlich verlohren haben. Hätte ſtatt deſſen jeder Balken ſeine natürliche Elaſticität ganz verlohren, ſo würde er die Krümmung auch nachgehends gänzlich beybehalten haben, die er auf dem Lehrgerüſte annehmen muſte.

Da nun ſtatt deſſen die Balken um $\frac{1}{5}$ bis $\frac{4}{9}$ ihrer Biegung zurück giengen, ſo hatten ſie $\frac{4}{5}$ bis $\frac{5}{9}$ ihrer natürlichen Elaſticität verlohren, und giengen nur noch mit $\frac{1}{5}$ bis $\frac{4}{9}$ der Kraft zurück, welche ſie gebogen hatte; ihre Reaction war mithin noch $\frac{1}{5}$ bis $\frac{4}{9}$ der Kraft, welche ſie gebogen hatte.

Für einen Balken, der ſeine Biegung ganz verliehret, iſt demnach ſeine Reaction ſeiner biegenden Kraft gleich; ſie iſt für jenen = 0, der ganz ſtehet, oder ſeine Biegung ganz beybehält; ſie iſt für einen andern, der um $\frac{1}{5}$ ſeiner Biegung zurück tritt, noch $\frac{1}{5}$ ſeiner biegenden Kraft; und es fallen daher die Reactionen jener Balken zwiſchen die Gränzen $\frac{1}{5}$ und $\frac{4}{9}$ ihrer ſie biegenden Kräfte hinein.

Es werde z. E. ein Balken A von 50 Fuß in 10 Zoll Vierung durch eine Kraft von 900 Pfunden um 16 Zolle gebogen, und der Balken geht nachgehends um 4 Zolle zurück; ſo iſt ſeine Reaction noch $\frac{4}{16} \cdot 900 = 225$ Pfunde; er würde mit dieſer Kraft gegen Widerlager drücken, wenn er zwiſchen denſelben in einer Biegung von 16 Zollen verharren müſte.

c. Eben

c. Eben dieſes findet auch im Großen ſtatt, wenn ein Bogen aus mehrern ſolcher Balken dergeſtalt zuſammen geſchifftet iſt, daß er einen continuirlichen ganzen vorſtellet.

Würde dieſer Bogen aus gleichartigen, gleichſtarken und gleichgekrümmten Balken zuſammen geſetzt, deren jeder mit ſeiner vollen Elaſticität ſich gerade zu ſchwingen ſtrebet, ſo würde auch er als Ganzes ſich gerade ſchwingen, wenn er ſich ſelbſt überlaſſen wird: er würde ſtatt deſſen beſtehen, wenn die Reaction aller ſeiner Balken $= 0$ wäre; er wird ſich hingegen um $\frac{1}{5}$ ſeiner Biegung zurück ziehen, wenn jeder ſeiner Balken um $\frac{1}{5}$ ſeiner Biegung zurück weichet.

Einen ſolchen Bogen ſtelle nun in Fig. (2.) die Linie PAE vor; ſeine Oeffnung oder Weite ſey PE; ſeine Höhe AM, und ſein Krümmungs-Halbmeſſer AC.

Dieſer Bogen ſey ferner aus lauter gleichartigen, gleichſtarken und auf gleiche Längen gleichſtark gekrümmten Balken zuſammen geſchifftet; und insbeſondere ſtelle LAB ſeinen Schluß-Balken vor, der auf einem Lehrgerüſte von dem Halbmeſſer AC durch eine Kraft P um AQ in ſeiner Sehne LB gebogen werden mochte.

Dieſer Balken ſo wie jeder andere gehe nachgehends um $WQ = \frac{1}{n} AQ$ zurück, wenn er von dem Lehrgerüſte herunter kommt, und verwerfe ſich in die Curve lAg; ſo wird er auch durch eine Kraft $\frac{1}{n}$ P wieder in ſeine vorige Krümmung zurückgebracht werden können.

Bezeichnet ferner der Buchſtabe U die Kraft, welche auf den Bogen in FE drücken müſte, um ihn in ſeine vorige Krümmung zurückzubringen; ſo würde für ein einfaches Curvenlager, oder für einen einfachen Bogen, nach §. 2. III., ſeyn:

$$\frac{1}{n} P : U = \frac{AQ}{QB.(QB^2 + AQ^2)} : \frac{AM}{ME.(ME^2 + AM^2)}.$$

Beſtün-

Beſtünde nun der Bogen aus (q) über einander liegenden Curvenlagern, ſo würde auch ſeyn

$$U = \frac{AM}{AQ} \cdot \frac{QB.(QB^2 + AQ^2)}{ME.(ME^2 + AM^2)} \cdot \frac{q}{n} P.$$

Nun bieget aber, nach §. 3., eine Kraft von 2700 Pfunden 3 über einander liegende fichtene Balken von 50 Fuß in 10 Zolle Vierung auf 16 Zolle; es wird daher auch eine Kraft von 10372 Pfunden 3 über einander liegende Balken von 50 Fuß in 14 Zollen Vierung eben ſo ſtark biegen; weil $10^4 : 14^4 = 2700 : 10372$ iſt.

Es ſey nun der Bogen PAE aus lauter Balken von 14 Zollen Vierung, in 3 Balken-Lagern aufgeſetzt, in einer Höhe AM von 12 und einer Weite PE von 159 Fußen; und jeder ſeiner Balken gehe, nachdem er von dem Lehrgerüſte herunter genommen wird, um die Hälfte ſeiner Biegung zurück.

Für dieſen Bogen iſt daher $AQ = 16$ Zolle $= \frac{4}{3}$ Fuße; $QB = 25$; $AM = 12$; $ME = 79{,}5$; $\frac{1}{n} P = \frac{1}{2} . 10372$;

mithin $U = 1456$ Pfunde.

Wenn daher der Bogen zwiſchen ſeinen Widerlagern aufgerichtet ſtehet, ſo drückt er auch jedes derſelben durch ſeine Reaction mit einer Kraft von 1456 Pfunden.

§. 5.

Function der natürlichen Tragbarkeit eines Balkens.

a. Iſt die Kraft oder Laſt, welche den Balken bieget, ſo groß, daß ſie die Enden der Fäden der Oberfläche ſeiner gekrümmten Seite in Abſtände dehnet, die größer als die Wirkungs-Weite ihrer Anziehung, oder als ihre filare Cohärenz iſt, ſo reiſſen jene Schichten ab, welche in jene Umſtände kommen müſſen; und der Balken fängt

 mit

mit der ſtetigen Folge dieſes Abreiſſens zu knacken an, welchem ſein Bruch ſelbſt, geſchwinder oder langſamer, folget, wenn die Laſt fortwährend auf ihm verharret.

Dieſe Laſt iſt nun in ihrer Art ein Maximum, und der Balken vermag gerade noch eine Laſt (p) zu tragen, die etwas Weniges kleiner als jene iſt; er erhält unter dieſer Laſt ſeine größte Biegung; die Laſt p iſt alſo das Maaß ſeiner natürlichen Tragbarkeit.

Wüſte man für zwey Balken A und B von gleichen Dimenſionen die Kräfte (p) und (q), die, wenn jede nur um etwas Weniges verſtärkt würde, die Balken knackend machen, ſo hätte man durch daſſelbe auch das Verhältniß der natürlichen Tragbarkeit beyder Balken gefunden.

Wäre z. E. die eine Kraft p = 25, und die andere q = 50 Centner, ſo wäre die natürliche Tragbarkeit in dem Verhältniß 1 : 2; oder die Tragbarkeit des B Balkens wäre 2mal größer als die des A Balkens, der mit ihm gleiche Dimenſionen hat.

Nun lehret aber die Erfahrung, daß ein Balken um ſo mehr zu tragen vermag, je kürzer, ſtärker und breiter er iſt.

Um nun die Function zu entwickeln, in welcher die Tragbarkeit eines Balkens mit ſeinen Dimenſionen ſtehet, lege ich die Büffonſchen mit eichenen Balken angeſtellte Verſuche zum Grunde, und ſetze hier das Reſultat derſelben in folgender Tabelle bey.

Tabel-

Tabelle III.

Länge der Balken.	Dicke im Quadrat.				
	4 Zoll	5 Zoll	6 Zoll	7 Zoll	8 Zoll
Fuße	Pfund	Pfund	Pfund	Pfund	Pfund
7	5312 5901	11525	18950 19916	32200 31624	48100 47198
8	4550 5011	9787	15525 16913	26010 26857	39750 40089
9	4025 4253	8308	13150 14357	22350 22798	32800 34031
10	3612 3648	7125	11250 12312	19475 19551	27750 29184
12	2987 3110	6075	9100 10497	16175 16670	23450 24883
14		5100	7475 8813	13225 13995	19775 20889
16		4350	6362 7516	11000 11936	16375 17817
18		3700	5562 6393	9425 10153	13200 15151
20		3225	4950 5573	8275 8849	11487 13209
22		2975			
24		2162			
28		1775			

b. Um nach dieſen Verſuchen die Function der brechenden Kräfte für Balken von verſchiedenen Dimenſionen auszumitteln, bezeichne ich für einen Balken A, ſeine Länge, Höhe und Breite mit den Buchſtaben l „ h „ b, und ſeine brechende Kraft mit p. Auch bezeichnen für einen gleichartigen Balken B die Buchſtaben L „ H „ B „ q gleichartige Dinge.

Wollte man nun für Balken von einerley Höhe und Breite, nach der gewöhnlichen Theorie, ihre brechenden Kräfte, in verkehrtem Verhältniß ihrer Längen ſetzen, ſo würden dieſe für Balken von 7 Fuß und 28 Fuß, bey 5 Zoll Vierung, die brechende Kraft für letztern Balken zu 2881 ergeben, ſtatt deſſen ſie aber wirklich nur 1775 iſt.

Eben ſo würde die brechende Kraft ſeyn

für Balken von	20 Fußen	4023;	iſt aber nur	3225.
- - - -	16 - -	5042	- - -	4350.
- - - -	12 - -	6723	- - -	6075.
- - - -	10 - -	8067	- - -	7125.

Auf jeden Fall gibt alſo jener Satz die brechende Kräfte für gleichartige Balken von einerley Stärke immer viel zu groß an.

Ich habe daher ein dieſen Verſuchen beſſer anpaſſendes Verhältniß ausgemittelt, das ſich folgendermaßen ausdrückt.

Hatte der Balken B einerley Stärke mit dem Balken A, ſo bezeichne nun (u) ſeine brechende Kraft; ſo wird ſeyn

$$p : u = \frac{1}{l.\sqrt[3]{l}} : \frac{1}{L.\sqrt[3]{L}}.$$

Dieß Verhältniß gibt für Balken von 7 „ 14 „ 28 Fuß die brechende Kräfte 11525 „ 5000 „ 1813; ſtatt deſſen die Balken wirklich durch 11525 „ 5100 „ 1775 Pfund gebrochen wurden. Wenn man ſich nun aus der Tabelle

belle III. überzeuget, wie ſtark ſelbſt unter gleichartigen Balken von gleichen Dimenſionen die brechenden Kräfte von einander verſchieden ſind, ſo mag jenes Verhältniß immer noch genüglich paſſend ſeyn.

c. Für gleichartige Balken von gleichen Längen gibt ferner die Theorie an, daß ſich bey quadratiſchen Balken ihre brechende Kräfte wie die Cubi ihrer Höhen verhalten.

Statt deſſen habe ich nach dieſen Verſuchen das Verhältniß $h^2 . \sqrt[10]{h^9}$ ausgemittelt. Da aber dieſes von jenem nicht viel verſchieden iſt, und die Brechbarkeit gleichartiger Balken in gleicher Stärke an und für ſich auffallend differiret; ſo mag jenes Verhältniß, welches theoretiſche Principien lehren, immer noch geltend ſeyn.

So wäre alſo für gleichartige Balken von gleichen Längen

$$u : q = h^2 . b : H^2 . B; \quad \text{mithin auch}$$

$$p : q = \frac{h^2 . b}{l . \sqrt[3]{l}} : \frac{H^2 . B}{L . \sqrt[3]{L}} .$$

Beginnet ein Balken von gegebener Holzart mit (n) Pfunden zu knacken, wenn ein anderer von gleichen Dimenſionen, aber von anderer Holzart, unter den nemlichen äußern Umſtänden, mit (m) Pfunden zu knacken anfängt, ſo verhalten ſich die natürlichen Tragbarkeiten beyder Balken, oder überhaupt ihrer Holzarten, wie n : m.

Dieß Verhältniß iſt für Eichen und Fichten, der Erfahrung zufolge, wie 5 : 4; es iſt daher die abſolute Tragbarkeit des Fichtenholzes nur $\frac{4}{5}$ des eichenen Holzes.

In der größten Allgemeinheit iſt daher auch für ungleichartige oder für Balken von verſchiedenen Holzarten

$$p : q = \frac{n . h^2 . b}{l . \sqrt[3]{l}} : \frac{m : H^2 . B}{L . \sqrt[3]{L}} .$$

d. Reduciret man den Balken von 20 Fußen, und 8 Zoll Vierung, der Tabelle III., auf Münchner Maaß und Gewicht, von welchem hier durchgehends die Rede iſt, ſo findet man, daß ein fichtener Balken von 22 Münchner Fußen, und 9 Zoll Vierung, unter einer Laſt von 9224 Münchner Pfunden zu knacken beginnet.

Für dieſen Balken wäre alſo $p = 9224$; $l = 22$ Fuß; $h = b = 9$ Zolle.

Wollte man nun die Laſt (q) berechnen, unter welcher ein fichtener Balken von 50 Fuß und 12 Zoll Vierung knacket, ſo wäre hier $L = 50$; $H = B = 12$; mithin

$$9224 : q = \frac{9^3}{22.\sqrt[3]{22}} : \frac{12^3}{50.\sqrt[3]{50}} = \frac{27}{11.3,68} : \frac{6}{25.3,684};$$

oder $q = 7110$ Pfund.

Der nemliche Balken würde daher auch bey einer Länge von 58 Fußen ſchon mit 5828 Pfunden zu knacken anfangen.

§. 6.

Tragbarkeit vierkanntiger Balken in geſpanntem Zuſtande.

Dieſe natürliche Tragbarkeit des Balkens nimmt zu, wenn er gebogen, zwiſchen feſten Widerlagern ſich ſtemmen kann; ſie nimmt um ſo mehr zu, je ſtärker der Balken gebogen wird, oder je mehr er ſich ſpannet!

Durch das Biegen des Balkens wird nemlich ſeine obere und untere Seite dichter, und die filare Cohärenz der Stoffe ſeiner hohlen Seite nimmt um ſo ſtärker zu, je näher ſie ſich durch das Biegen kommen (§. 1. II.); der Balken wird alſo, indem er ſich gebogen gegen Widerlager anſtemmet, ſteifer oder ſtabiler und kann deswegen

wegen auch eine größere Laſt, als in ſeinem natürlichen Zuſtande tragen!

Wenn daher auf die Mitte eines aufrecht gekrümmten, zwiſchen feſten Widerlagern geſpannten Balkens eine Laſt drücket, ſo wirket ſie zunächſt gegen die filare Cohärenz der Stoffe ſeiner hohlen Seite, und ſtrebt dieſe in größere Abſtände zu drängen. Soll nun der Balken ſich in ſeiner Mitte biegen, ſo muß die Laſt jene Cohärenz überwiegen; ſie drücket den Balken durch den Ueberſchuß ihres Drucks über jene Cohärenz flächer.

a. Wären bisher mehrere Verſuche über die Stabilitäten, und mit denſelben in geradem Verhältniß ſtehende Tragbarkeiten gekrümmter Balken angeſtellt worden, ſo könnte man nach denſelben die Function ausfinden, nach welcher die Tragbarkeit der Balken mit ihrer Krümmung zunimmt! Da aber auch in dieſem Stücke vielleicht noch nichts gethan, oder wenigſtens nicht öffentlich bekannt worden, ſo mußte ich mich begnügen, Verſuche im Kleinen anzuſtellen, um jener Function wenigſtens nahe zu kommen.

In dieſer Abſicht bog ich jenen Stab von 5600 Länge, 90 Breite und 30 Höhe (§. 2. II. d.) in verſchiedene Krümmungen, während er immer zwiſchen feſten Widerlagern geſpannt war, und legte jedesmal auf ſeine Mitte jenes Gewicht auf, das den Stab auf 250 herunter gebogen hatte, als er frey mit ſeinen Enden auf ſeinen Unterlagern lag; und fand dabey für folgende Biegungen auch folgende Senkungen.

Biegung.	Senkung.
625	4
420	6
370	8
250	10
125	20
70	37

Anmerkung.

Als der Stab nun auf 60 gebogen war, ſchwang er ſich unter dem aufliegenden Gewicht hohl, und ſank mit demſelben auf die negative Biegung von 250 herunter.

Nach dieſen Verſuchen ſcheinen die Senkungen des Stabs, wenigſtens für ſtarke Biegungen, in verkehrtem Verhältniß mit ſeinen Biegungen zu ſtehen; ſo daß, wenn z. E. die Biegung nochmal ſo groß wird, die Senkung unter der nemlichen Laſt nur halb ſo groß als zuvor iſt.

Je weniger aber der Stab unter der nemlichen Laſt, als geſpannter ſich bieget, um ſo mehr hat ſeine Stabilität, und mit derſelben auch ſeine Tragbarkeit zugenommen; oder ſeine Tragbarkeit verhält ſich verkehrt, wie ſeine Senkung; oder directe, wie ſeine Biegung. Sinkt z. E. der Stab bey einer Biegung von 370 und 620 Theilen um 8 und 4 Theile, ſo verhalten ſich ſeine Tragbarkeiten wie $\frac{1}{8} : \frac{1}{4} = 4 : 8$, oder wie $1 : 2$, und der Balken hat in der Biegung 620 eine zweymal größere Tragbarkeit, als bey der Biegung 370.

Wird

Wird der Stab auf 250 aufwärts gebogen, ſo hat wenigſtens ſeine Mitte die nemliche Spannung, und befindet ſich in den nemlichen Umſtänden, in welchen ſie iſt, wenn der Stab an ſeinen Enden aufliegend, mit dem nemlichen Gewicht ſich auf 250 ſenket.

Nun ſenket er ſich aber um 250 aufwärts geſpannt, um 10 Theile, da er in ſeinem natürlichen Zuſtande als gerader ſich unter der nemlichen Laſt um 250 ſenket: es muß daher ſeine natürliche Tragbarkeit, zur Tragbarkeit jenes geſpannten Zuſtandes, wie 10 : 250 oder wie 1 : 25 ſich verhalten; oder letztere Tragbarkeit muß erſtere 25mal übertreffen.

Iſt der Stab nur auf 70 gebogen, ſo verhält ſich ſeine Tragbarkeit bey 250 Biegung zu dieſer, wie 250 : 70; und es verhält ſich daher auch ſeine natürliche Tragbarkeit, zu ſeiner Tragbarkeit mit 70, wie $25 : 7 = 10 : 2\frac{4}{7}$; oder ſeine Tragbarkeit iſt bey jener geringen Biegung, nur $2\frac{4}{7}$mal größer, als ſeine natürliche.

b. Wollte man im Großen für Balken das Verhältniß ihrer natürlichen Stabilität, oder ihrer natürlichen Tragbarkeit, zu der Tragbarkeit ihres geſpannten Zuſtandes ausfinden, ſo müſte man Balken an ihren Enden aufliegend, unter einer Laſt biegen; und dieſe Laſt auf ſie im gebogenen Zuſtande legen; es würde das Verhältniß der beyderſeitigen Senkungen, auch das Verhältniß der verlangten Tragbarkeiten ſeyn. Sinket z. E. ein Balken in ſeinem geraden Zuſtande um 24 Zolle, im gekrümmten aber unter der nemlichen Laſt um 3 Zolle, ſo würde die Tragbarkeit ſeines geſpannten Zuſtandes, $\frac{24}{3}$ oder 8mal größer, als ſeine natürliche ſeyn.

Ich verſuche es nun, dieß Verhältniß für jenen Balken auszumitteln, welchen Hr. von Wiebeking in der Brückenbau-Kunde S. 80. anführet.

Auf den Werk-Platz der Vilshofer Brücke wurde ein fichtener nicht zu trockener Balken, von 58 Fuß und 12 Zoll Vierung, auf 44 Zolle gebogen. Als man nun die Unterlager herauszog, und durch Widerlager den Balken in ſeiner Form erhielt, ſenkte ſich dieſer im Scheitel um 5 Zolle, nachdem man allda 2 Eichen von 96 Centnern aufgelegt hatte.

Nach den in (§. 2. d.) angeführten Verſuchen, bieget ſich aber ein fichtener Balken von 50 Fuß und 10 Zoll Vierung, durch eine Kraft von 900 Pfunden auf 16 Zolle! Es wird ſich daher auch nach der Biegungs-Function (§. 2. III.) jener Balken, durch eine Kraft von 3247 Pfunden, auf 44 Zolle biegen.

Bieget ſich nun dieſer Balken durch 96 Centner auf 5 Zolle, ſo würde er ſich durch 32 Centner wenigſtens um einen Zoll ſenken; weil für die 3fache Laſt nach (§. 2. I. a.) das Verhältniß 14 : 3 beſtehet.

Als ich ferner bey den (§. 2. II.) angeführten Verſuchen den Stab in der Mitte auflegte, und das nemliche Gewicht, das ihn an ſeinen Enden aufliegend um 250 niederſenkte, nun an das Ende des einen Arms anbrachte, ſank dieß Ende auf 625 Theile des Nürnberger Fußes nieder!

Es iſt daher die Biegung des Stabs in gerader Richtung nur $\frac{250}{625}$ oder $\frac{2}{5}$ ſeines doppelarmichten Hebels.

Wäre es nun erlaubt, vom Kleinen auf das Große zu ſchließen, ſo würde dieſer Balken an ſeinen Enden aufliegend, unter der Laſt von 32 Centnern, ſich auf $\frac{2}{5}.44$ oder $17\frac{3}{5}$ Zolle biegen; es würde ſich daher auch ſeine natürliche Tragbarkeit, zu der Tragbarkeit ſeines geſpannten Zuſtandes, in welchem er auf $\frac{44}{12.58}$ oder nicht gar $\frac{1}{16}$ ſeiner Länge gebogen iſt, wie $1 : \frac{17\frac{3}{5}}{1}$ verhalten; oder letztere Tragbarkeit würde ſeine natürliche $17\frac{3}{5}$ mal übertreffen;

treffen; das iſt: eine Laſt, die ihn in ſeinem natürlichen Zuſtand in ſeiner Mitte um einen Zoll bieget; die nemliche Laſt bieget ihn in ſeinem um $\frac{1}{18}$ ſeiner Länge gebogenen Zuſtand nur $\frac{1}{17\frac{3}{5}}$ Zoll.

Um das bisher gezogene Reſultat mit der Erfahrung zu controlliren, kam mir alles darauf an zu prüfen, ob ſich der Balken von 58 Fuß Länge und 12 Zoll Vierung, unter einer Laſt von 32 Centnern, auch wirklich auf $17\frac{3}{5}$ Fuße ſenket, wie ich dieß aus der ſehr gewagten Zuſammenſtellung mit meinem Stab abgeleitet habe.

Nun fand ich aber, daß ein ſolcher Balken bey einer Länge von 50 Fußen und 12 Zoll Vierung, unter einer Laſt von 7110 Pfunden, zu knacken beginnet (§. 5.); er kommt in dieſe Umſtände bey einer Länge von 58 Fußen ſchon mit 5828 Pfunden.

Nach der Tabelle §. 5. c. iſt ferner die gröſte Biegung für den 50fußigen ausgetrockneten Balken bey 27 Zolle; es iſt dieſe Biegung bey einer Länge von 58 Fußen noch gröſer, oder 32,8 Zolle.

Es iſt nemlich $50 . \sqrt{50} : 58 . \sqrt{58} = 27 : 32{,}8$.

Auf dieſe Biegung würde ſich alſo der 58 Fuß lange Balken, unter einer Laſt von 5828 Pfunden, in ſeiner Mitte herunter ſenken.

Biegen ihn nun 5828 auf 32,8, ſo biegen ihn 3247 Pfund höchſtens auf $17\frac{3}{10}$ Zolle; ſtatt deſſen obige Combination $17\frac{3}{5}$ angibt; ſo daß ſich alſo die aus dieſer Senkung bisher gezogene Reſultate genüglich verificiren!

Ich nehme daher in einer runden Zahl an, daß die Tragbarkeit dieſes Balkens, bey 44 Zoll Biegung, 18mal gröſer als ſeine natürliche ſeye!

c. Wäre der nemliche Balken auf die Hälfte, oder auf 22 Zoll gebogen, ſo würde nach den angeſtellten

Verſu-

Verſuchen ſeine Tragbarkeit auch halb ſo groß, oder 9mal größer, als ſeine natürliche ſeyn.

Es bezeichne nun 1:K das Verhältniß der natürlichen Tragbarkeit, zu der des geſpannten Zuſtandes, für einen Balken A, den man für das Vergleichungsmaaß oder für den Probe-Balken annehmen kann; und (c) bezeichne ſeine Biegung.

Mit dieſem habe ein anderer gleichartiger B auch durchaus gleiche Dimenſionen; nur ſey er um C. Zolle gebogen, und das Verhältniß ſeiner natürlichen Tragbarkeit, zu der Tragbarkeit ſeines geſpannten Zuſtandes, ſey $1:\alpha$.

Für dieſe Balken wird daher, nach dem aufgeſtellten Princip, ſeyn

$$K : \alpha = c : C.$$

Nach den in (§. 2. II. b.) angeführten Verſuchen, verhalten ſich ferner die Senkungen gleichartiger und gleichſtarker, an ihren Enden aufliegender Balken, unter einerley Laſt, wie die Cubi ihrer Sehnen.

Nun iſt aber für den Balken ſeine halbe Sehne der ſenkrechte Abſtand der Laſt von jedem ſeiner Enden, die in ſeinem geſpannten Zuſtande ſeine Ruhepuncte ſind.

Es bezeichnen nun die Buchſtaben l „ L die halbe Sehnen beyder Balken A und B; und (β) die Tragbarkeit des Balkens B, ſo wird ſeine Tragbarkeit um ſo geringer ſeyn; oder er wird ſich unter der nemlichen Laſt um ſo ſtärker ſenken, je länger ſeine Sehne iſt.

Es iſt daher auch für dieſe Balken

$$\alpha : \beta = \frac{1}{l^3} : \frac{1}{L^3}.$$

d. Haben ferner zwey gleichartige Balken gleiche Längen und Biegungen, ſo wird der eine um ſo mehr tragen, je ſtärker er in Vergleich mit dem andern iſt; er wird

wird ſich deswegen auch unter der nemlichen Laſt als gebogener um ſo weniger ſenken.

Nun verhalten ſich aber nach (§. 2. II. c.) für Balken von gleicher Länge, deren Höhen h und H, und deren Breiten b und B ſind, ihre Senkungen unter einerley Laſt,

$$\text{wie } \frac{1}{k^3.b} : \frac{1}{H^3.B}.$$

Bezeichnet nun der Buchſtabe O. die Stabilität oder Tragbarkeit des Balkens B in jener Stärke, ſo wird auch ſeyn

$$\beta : O = h^3.b : H^3.B.$$

Verbindet man dieſe Proportional-Sätze mit einander, ſo iſt auch

$$K : O = \frac{c.h^3.b}{l^3} : \frac{C.H^3.B}{L^3}.$$

Verhielte ſich noch außerdem auch die natürliche Tragbarkeit ungleichartiger Balken (§. 5.) wie $n:m$; ſo würde für ſolche

$$K : O = \frac{n.c.h^3.b}{l^3} : \frac{m.C.H^3.B}{L^3}.$$

Für den Probe-Balken iſt nun hier $h = b = 12$ Zolle; $c = 44$ Zolle $= \frac{11}{3}$ Fuße; $k = 18$. und ſeine Länge $= 58$ Fuße.

Ziehet man von dem Scheitel des Probe-Balkens nach ſeinen Enden eine gerade Linie, ſo iſt jede die Hypothenuſe eines rechtwinklichten Dreyecks, deſſen eine Cathede die Biegung von $\frac{11}{3}$ Fuß, und der andere die halbe Sehne des Balkens iſt.

Da ferner der gekrümmte Balken von jener Hypothenuſe nur unmerklich abweicht, ſo kann man ſeine halbe Länge für dieſe ſelbſt nehmen; und es iſt unter dieſer Vorausſetzung die halbe Sehne des Balkens, oder

$$l = \sqrt{(29^2 - (\tfrac{11}{3})^2)} = 28{,}8 \text{. Fuß beynahe.}$$

e. Will

e. Will man nun nach dieſer Function die Tragbarkeit eines gleichartigen Balkens B berechnen, der in einer Länge von 58 Fußen, und 14 Zoll Vierung, um 1,58 Fuße gebogen iſt, ſo iſt für denſelben $l = L = 58$; $H = B = 14$ Zolle; $C = 1{,}58$ Fuße; folglich

$$K : O = \tfrac{11}{3} \,.\, 12^4 : 1{,}58 \,.\, 14^4 ; \quad O = 14\tfrac{2}{5}.$$

Die Tragbarkeit des Balkens B wäre alſo $14\frac{2}{5}$ größer, als die natürliche des Probe-Balkens; oder die Tragbarkeiten des geſpannten Zuſtandes beyder Balken A und B verhalten ſich wie

$$18 : 14\tfrac{2}{5} = 5 : 4.$$

f. Wollte man den Krümmungs-Halbmeſſer der Balken in Rechnung bringen, ſo müſte man ihre Biegungen durch denſelben ausdrücken.

Bezeichnen nun r und R die Krümmungs-Halbmeſſer für die Balken A und B, ſo iſt einmal $c = r - \sqrt{(r^2 - l^2)}$; und $C = R - \sqrt{(R^2 - L^2)}$; mithin

$$K : O = \frac{n.h^3.b}{l^3}\left(r - \sqrt{(r^2 - l^2)}\right) : \frac{m.H^3.B}{L^3}\left(R - \sqrt{(R^2 - L^2)}\right).$$

Nimmt man die Balken, deren Tragbarkeit mit der des Probe-Balkens verglichen werden ſollen, mit demſelben von einerley Länge an, und drückt ihre Quadrat-Seite in Fußen aus; ſo iſt ein für allemal die Tragbarkeit eines Balkens B beynahe

$$O = 5 \,.\, H^4 \left(R - \sqrt{(R^2 - L^2)}\right),$$

in welchem Ausdruck für dieſem Fall immer $L = 28{,}8$ iſt.

§. 7.

Function der Tragbarkeit hölzerner Brücken-Bögen.

Größte Tragbarkeit eines Normal-Bogens.

I. a. Würde ein Bogen aus mehrern gleichſtark gekrümmten Probe-Balken in der Höhe zu 12 und in der Weite von 102,26 Fußen dergeſtalt zuſammengeſchifftet, daß er einen continuellen Bogen formiret, ſo iſt die Tragbarkeit oder Stabilität dieſes Bogens, mit ſeiner Höhe und Weite in nächſter Beziehung; und es kann dieſer Bogen für andere auf ähnliche Art zum Vergleichungs-Maaß dienen, als bisher der Probe-Balken für andere Balken gebraucht wurde; er kann einen Probe- oder Normal-Bogen abgeben!

Es verhalte ſich nun die Tragbarkeit des Probe-Balkens zu der Tragbarkeit dieſes Bogens wie K : S; ſo iſt nach den bisherigen Betrachtungen

$$K : S = \frac{11}{3} \frac{1}{(28,8)^3} : 12 . \frac{1}{(51,13)^3} = 1 : 0,58487;$$

oder es iſt die Stabilität des Probe-Balkens, zu der Stabilität ſeines Bogens, wie

$$18 : 10,528;$$

oder ſie iſt beyläufig $\frac{7}{12}$ jener, welche der auf 44 Zolle gebogene Probe-Balken von 58 Fuß in 12 Zoll Vierung wirklich hat.

b. Wollte man mit dieſem Bogen einen andern B vergleichen, deſſen Balken ſtärker oder ſchwächer ſind, und der dabey eine andere Höhe und Weite hat, ſo lieſſen ſich ihre Stabilitäten oder Tragbarkeiten folgendermaßen mit einander combiniren.

Es

Es iſt die Weite des Probe-Bogens 102,26 und ſeine Höhe 12 Fuß, die Stärke ſeiner Balken 12 Zoll; und ſeine Tragbarkeit verhält ſich wie 10,528.

Ein anderer Bogen ſey nun aus gleichartigen Balken in der Vierung von H Zollen, auf eine Weite M und auf eine Höhe von C Fußen aufgeſetzt; und ſeine Tragbarkeit verhalte ſich wie T.

Für dieſe beyde Bogen iſt daher

$$S : T = \frac{12 \cdot 12^4}{51{,}13^3} : \frac{H^4 \cdot C}{M^3}.$$

Es ſey z. E. der Brückenbogen aus lauter 14zolligen Balken zuſammengeſetzt, bey einer Höhe von 12 Fußen und einer Weite von 159 Fußen.

Für dieſen Bogen iſt daher H = 14 Zoll; C = 12; M = 79,5 Fuße; S = 10,528; mithin

$$T = \left(\frac{14}{12}\right)^4 \cdot \frac{51{,}13^3}{79{,}50^3} S. = 5{,}1887.$$

Die Tragbarkeit dieſes Bogens wäre demnach beyläufig nur halb ſo groß als des einen, oder des Normal-Bogens; oder ſie iſt nur 5,1887 mal größer als die natürliche des Probe-Balkens.

Da die Tragbarkeit der Bögen im Verhältniß ihrer Höhen iſt, und dabey im cubiſchen Verhältniß ihrer Oeffnungen abnimmt, ſo trägt daher ein Bogen um ſo weniger, je weiter und niedriger er bey gleicher Holzſtärke im Vergleich mit einem andern iſt.

Ueberhaupt aber verhalten ſich die Tragbarkeiten der Bögen von gleicher Holzart und Balken-Lagen, wie die Quotienten aus den Producten ihrer Höhen, in die Biquadrate ihrer Balkenſtärke, getheilt durch die Cubi ihrer Oeffnungen.

Es bezeichne nun im Allgemeinen für einen Bogen A, welchen man für andere zum Vergleichungsmaaß annehmen will, der Buchſtabe S ſeine Tragbarkeit, C ſeine Höhe

und

und N ſeine halbe Weite; und h „ b die Höhe und Breite ſeiner Balken, aus welchen er zuſammengeſetzt iſt.

Auch bezeichnen für einen Bogen B, der aus der nemlichen Holzart aufgeſetzt iſt, die Buchſtaben T „ C „ M „ H „ B gleichartige Dinge; ſo verhalten ſich überhaupt ihre Tragbarkeiten

$$S : T = \frac{h^3 . b}{N^3} . c : \frac{H^3 . B}{M^3} . C.$$

Sind die Bögen aus mehreren Lagen über einander geplätteter Balken zuſammengeſetzt, oder ſind ſie componirte Bögen, ſo verſtärket ſich ihre Tragbarkeit, nach Verhältniß ihrer Compoſition; es iſt die Tragbarkeit eines Bogens von 3 Lagen gleich ſtarker Balken auch 3mal größer, als die Tragbarkeit des einfachen Bogens.

Wäre z. E. der Bogen B auf q. Balken-Lagen componirt, ſo iſt auch

$$S : T = \frac{h^3 . b}{N^3} . c : \frac{q . H^3 . B}{M^3} . C.$$

Zuſammenſtellung der Tragbarkeit der Brücken-Bögen mit dem Normal-Bogen.

II. Nach dieſer Analogie verhalten ſich daher die Tragbarkeiten aus einerley Holzart erbauter Brücken-Bögen, wie die Quotienten aus dem Product ihrer Höhen, in die Biquadrate ihrer Balkenſtärke, getheilt durch die Cubi ihrer Oeffnungen.

Ich habe nun die Reſultate für die Tragbarkeit gleichartiger Brückenbögen überſichtlich zu machen, dieſelbe in gleicher Höhe mit dem Normal-Bogen angenommen, und für Balken von 12 bis 16 Zollen die Rechnung für verſchiedene Verhältniſſe der Höhe zur Oeffnung der Brücke fortgeführt; indem ich dabey annehme, daß der Brückenbogen ſeine ſtärkſte und ſchwächſte Wölbung erhalte, wenn ſeine Oeffnung 8½mal, und im letztern Fall 20mal größer als ſeine Höhe iſt.

Folgende Tabelle ſtellet die Reſultate der Rechnung dar.

Tabelle IV.

Für die Stabilität oder Tragbarkeit fichtener Brückenbögen.

Verhältniß der Höhe zur Oeffnung des Bogens.	Balkenſtücke in Zollen.				
	12	13	14	15	16
1 : 8½	10,5280	14,1060	19,5040	25,7030	33,2740
: 10	6,4655	8,9054	11,9780	15,7850	20,4340
: 11	4,8536	6,6907	8,9994	11,8600	15,3520
: 12	3,7420	5,1535	6,9318	9,1348	11,8250
: 13	2,9429	4,0535	5,4520	7,1848	9,2582
: 14	2,3562	3,2454	4,3660	5,7525	7,4469
: 15	1,9157	2,6380	3,5491	4,6770	6,0546
: 16	1,5785	2,1742	2,9250	3,8539	4,9885
: 17	1,3163	1,8126	2,4380	3,2129	4,1600
: 18	1,1086	1,5270	2,0539	2,7066	3,5038
: 19	——	1,2983	1,7463	2,3014	2,9792
: 20	——	1,1132	1,4973	1,9731	2,5543

Aus dieſer Tabelle läſſet ſich einmal folgendes abnehmen.

Es iſt nemlich im Ganzen genommen die Tragbarkeit eines Bogens von 12 Fuß Höhe in ſeiner Art die

größ-

größte, wenn ſeine Weite 8mal größer als ſeine Höhe iſt, weil die Balken in dieſen Umſtänden ihre möglichſt größte Spannung haben. Es iſt ferner die Tragbarkeit eines ſolchen Bogens von 12 Zoll Balkenſtärke, wenn ſeine Oeffnung 10mal größer als ſeine Höhe iſt, beynahe $6\frac{1}{2}$mal größer, als die natürliche Tragbarkeit eines Balkens von 58 Fuß, in 12 Zoll Vierung, der hier den Probe-Balken abgibt: oder der Bogen bieget ſich unter einer $6\frac{1}{2}$mal größern Laſt erſt ſo viel, als jener Balken ſich unter der einfachen Laſt bieget. Es nimmt die Tragbarkeit des Bogens immer mehr und mehr ab, je größer bey der nemlichen Höhe ſeine Oeffnung wird; er trägt, wenn ſeine Oeffnung 20mal größer als ſeine Höhe von 12 Fuß iſt, nicht mehr, als jener Balken, und kann nicht mehr beſtehen, wenn er noch weiter gemacht werden ſollte.

Eben ſo iſt die Tragbarkeit eines Bogens, deſſen Balken 16 Zoll Vierung haben, beynahe $20\frac{1}{2}$mal größer, als die Tragbarkeit des Probe-Balkens von 58 Fuß, in 12 Zoll Vierung, wenn die Oeffnung des Bogens 10mal größer, als ſeine Höhe iſt. Sie iſt aber 34mal größer, wenn die Höhe des Bogens $\frac{1}{8}$ ſeiner Weite iſt; und nimmt nach und nach ab, ſo wie die Oeffnung des Bogens bey der nemlichen Höhe größer wird; iſt aber deſſen ungeachtet ſelbſt, wenn die Oeffnung 20mal größer, als die Höhe des Bogens iſt, noch $2\frac{1}{2}$mal größer, als die natürliche Tragbarkeit des Probe-Balkens.

Im Ganzen genommen iſt ferner die Tragbarkeit eines ſolchen Bogens, der aus 16zolligen Balken conſtruirt iſt, 3mal größer, als die Tragbarkeit eines andern gleichartigen, deſſen Balken in der nemlichen Höhe nur 12 Zoll Vierung haben; der einfache 16zollige Bogen trägt daher eben ſo viel als ein anderer, der aus 3 Lagen 12zolliger Balken aufgeſetzt iſt: er wiegt außerdem auch nicht ſo viel, als der letztere; denn ſein Gewicht verhält ſich

zu dem Gewicht des 3fachen Bogens, wie $16^2 : 12^2 . 3$; oder wie 256 : 432; oder wie 16 : 27.

Aehnliche Vergleichungen laſſen ſich auch über die Tragbarkeiten der übrigen Brückenbögen anſtellen, die aus 13 „ 14 „ 15zolligen Balken aufgeſetzt ſind.

§. 8.

Die hölzerne Bogen-Brücke nach ihren weſentlichſten Theilen.

Die hölzerne Bogen-Brücken ſind eine Erfindung unſerer Zeiten, und wurden durch den Königlich-Baieriſchen Geheimen Rath, und General-Director des Waſſer- Brücken- und Straßen-Baues, Herrn von Wiebeking, zur größten Vollkommenheit in ihrer Conſtruction gebracht, wie Deſſelben vortrefliche Beyträge zur Brückenbau-Kunde, München, 1809. erweiſen; in welchen die Beſchreibung und Aufriſſe mehrerer im Königreich Baiern, unter deſſen Leitung, bisher etablirter und entworfener Bogen-Brücken enthalten iſt.

Das Umfaſſende, Vollſtändige und Ausführliche der Beſchreibungen jener Brücken, mit ihren Conſtructions-Maximen im Ganzen und im Detail, entübriget mich, hier dieſelbe zu wiederholen oder abzuſchreiben; und da an und für ſich einzig die ſtatiſche Betrachtung ſolcher Brücken, Gegenſtand dieſer Abhandlung iſt, ſo begnüge ich mich, hier nur die weſentlichſten Theile der hölzernen Bogen-Brücken anzuführen; und füge dieſen nachgehends noch die Regeln bey, welche aus der ſtatiſchen Betrachtung derſelben für ihre möglichſt vortheilhafteſte Conſtruction emaniren.

a. Nun conſtituiren aber hölzerne nach einem gewiſſen Lehrbogen gekrümmte Balken, oder ſogenannte Curven

von AD Fig. (3.) zunächſt die weſentlichſte Beſtandtheile einer ſolchen Bogen-Brücke; und es beſtimmt ſich ihr Halbmeſſer der Krümmung AO aus der Weite AD und Höhe ZN des Bogens, wobey erſtere ſich nach der hydrometriſchen Breite des Fluſſes, über welchen die Brücke geſprengt werden ſoll, und ihre Höhe ſich nach dem Locale der Chauſſee-Dämme, welche zur Brücke führen, und andern detaillirten Umſtänden ſich regulirt.

Dieſe Curven werden aus vierkanntig zugehauenen Balken, nach eigenen oder gewöhnlichen Schifftungs-Maximen, zuſammengeſchifftet, und dabey auf einem zu Lande etablirten Lehrgerüſte, nach dem Krümmungs-Halbmeſſer der Brücke, mechaniſch oder durch äußere Kräfte gebogen; und auf demſelben ſo lange erhalten, bis ihre Elaſticität großentheils gleichſam erſtorben iſt.

Es iſt dabey ein Bogen einfach, wenn er aus einer einzigen Curve beſtehet; er iſt componirt, und z. E. ein 3facher, wenn er ſich aus 3 über einander liegenden Curven conſtituirt, die auf dem nemlichen Lehrgerüſte über einander gekrümmt, und in ihrem Zuſtande eine Zeit lang durch angebrachte Zwingen erhalten werden.

Eben ſo iſt die Bogen-Brücke ſelbſt einfach, wenn ſie nur eine einzige Oeffnung hat, wobey ihre Curven unmittelbar auf den Widerlagern der Landſeite aufliegen, und ſich an dieſelbe ſtemmen; ſie iſt eine Brücke von 2 „ 3 „ 4 Oeffnungen, wenn ſie eigentlich aus 2 „ 3 „ 4 einfachen beſtehet, welche durch ihre Widerlager und Joche mit einander verbunden, und in Continuität ſind.

Auf jeden Fall aber beſtehet die einfache Brücke wenigſtens aus ihren 2 Seiten-Bogen, deren jeder gleichviel Curvenlager von einerley Holzart, Stärke und Krümmungs-Halbmeſſer hat; ſie erhält nach Umſtänden, in welchen ſie ſtarke Laſten zu tragen hat, auch einen Mittelbogen von gleichen Dimenſionen und Qualität.

Dieſe Seiten-Bogen werden zunächſt durch Verbindungsſchwellen oder Querhölzer mit einander verbunden, und in ihrem Paralleliſmo erhalten; ſie ſind in die Curven vierkanntig eingeſtemmt, oder auch nur in die obere und untere Curve der Seiten- und Mittel-Bögen eingelaſſen; auf jeden Fall aber ziehet eine Schraube, welche durch die obere und untere Schwelle, und durch die Curven ihres Orts hindurch gehet, die Schwellen mit den Curven ſo ſtark zuſammen, daß die Curven mit ihren Schwellen ihres Orts unter ſich in die innigſte Berührung kommen; und der Raum zwiſchen zweyen Schwellen des Bogens macht ein ſogenanntes Schwellenfeld aus.

Dieſe Schwellenfelder haben eine Weite von 12 bis 20 Fußen, je nachdem die Curven ſtark ſind; ihre Breite kommt der Breite der Brücke im Lichten gleich; in ſie ſind ferner, um die Diagonal-Verſchiebung der Felder zu verhindern, die Windruthen, creuzweis eingeſenkt, welche von einem Ecke des Feldes zum andern reichen, wo kein Mittelbogen vorhanden; oder ſich auch zu beyden Seiten des Feldes an dieſen ſich ſtemmen, welcher jedes Feld in 2 gleiche Theile theilet.

Auf den Verbindungsſchwellen der Felder liegen ferner die Querhölzer und Deckhölzer zwiſchen K und L auf, welche den Brücken-Gang GI unmittelbar tragen; es ſind durch ſie, wie durch die Verbindungsſchwellen und Curven, eiſerne Schrauben eingelocht, welche den Fahrgang auf die Curven durch die Schwellen feſte ſpannen; und bey einem Feld über dem andern gehen dieſe Schrauben auch durch die Geländer-Säulen und Bruſtlehnen oder Streichhölzer; um auch dieſe mit dem Ganzen feſte zu ſpannen.

Dabey ſind ferner die Straßenbäume des Fahrganges zuſammengeſchifftet, und in die Querhölzer eingelaſſen; und auf ihrer obern Seite mit den Dielen bedeckt; auf

LB Coburg

auf welchen, nach Umſtänden, das Pflaſter, oder ſtatt deſſen auch die Bekieſung der Brücke zu liegen kommt.

In dieſer Verbindung ſeiner Theile zu einem Ganzen ruhet nun der Brückenkörper auf ſeinen Widerlagern PU zu beyden Seiten auf; deren jedes die Hälfte ſeines Gewichts zu tragen hat.

Jedes dieſer Widerlager, wo es nicht von Natur ein Fels iſt, ruhet auf Pfählen oder Bürſten, die bis zum Stehen in den Grund eingerammet, und mit einem Roſt bedeckt werden, auf deſſen Dielen oder Bohlen das Mauerwerk des Widerlagers aufgeführt wird.

Es ſtehen an ſeiner Stirne die Stützſchwellen DI „ AG auf, an welche ſich die Seitenbögen und der Mittelbogen unmittelbar ſtemmen, und an denſelben mit den Backenhölzern eingekerbet ſind.

Auf dieſen Schwellen und den mit ihnen verbundenen Querhölzern liegen die Straßenbäume des Fahrganges unmittelbar auf, und hölzerne zwiſchen ſie und das Widerlager getriebene Keile ſpannen die Curven feſte, und erhalten die Brücke in ihrer Stabilität.

Dabey hat das Widerlager zur Seite ſeine Flügel in einer Breite, wobey es gegen die Wirkung des Stroms möglichſt geſichert iſt: es iſt außerdem in ſeinem Pfahlwerk mit Kies und Steinen ausgefüllt, welche ein Aufguß von Mörtel feſte macht, und eine von außen angebrachte Faſchinade mit Steinen beſchwert, ſchützet daſſelbe noch außerdem gegen das Unterſpülen des Stromes.

b. Brücken von großen Oeffnungen ſind ferner dem Sturm um ſo mehr ausgeſetzt, je größer die Fläche iſt, welche ſie ihm darbieten; es ſtrebt der Sturm ſie um ſo mehr außer ihrer Verticalebene zu drücken; je größer die Geſchwindigkeit des Windes, und die Dichte der Luft nach dem Locale, und je größer die Stoß-Fläche der Brücke iſt.

Wo nun bey beſtehenden Umſtänden, die Windruthen die Brücke nicht genüglich gegen den Sturm ſichern möchten, bringt Hr. von Wiebeking bey Bogen-Brücken eigene Vorrichtungen an, welche der Abſicht ganz entſprechen, nemlich die Seiten- und Diagonal-Bögen.

Die Seiten- oder Sturm-Bögen FC Fig. 4. ſtützen ſich mit ihrem einen Ende an eine der Querſchwellen eines Feldes der Brücke, und mit dem andern Ende an die hintere Stütz-Säule EK der Kammer; während auf ihnen ſelbſt die Schwellen des Brücken-Ganges KH ruhen. Wenn daher der Sturm gegen die Brücke agiret, und ſie außer der Verticalebene zu drücken ſtrebet, lehnen ſich die Sturm-Balken um ſo feſter an die Seitenwände der Kammer des Widerlagers an, je ſtärker der Sturm gegen ſie wirket; und die Brücke wird dadurch um ſo beſſer in ihrer Verticalebene erhalten, je länger die Seitenwände der Kammer ſind, und je weiter die Sturm-Balken in der Brücke vorgehen.

Dieſe Sturm-Balken verhindern noch außerdem, oder wirken wenigſtens der Deformation des Bogens an ihrer Stelle bey E entgegen, welche der Bogen erhält, wenn ihn an der entgegengeſetzten Seite eine äußere Laſt bieget.

c. Statt dieſer Vorrichtung, bringt Hr. von Wiebeking für den nemlichen Zweck, auch Diagonal-Bögen, bey den Bogen-Brücken an, welche im Scheitel der Brücke ſich an einander anſchleifen.

Stellet in Fig. 5. AKB und CFD die beyden Seiten-Bögen, und E die Mitte oder das Creuz der Brücke vor, ſo ſind dieſe Diagonal-Bögen CEB und AED; welche die Brücke von einem Ende zum andern creuzweis durchſchneiden, und ſich in der Gegend bey E neben einander anſchließen, und allda mit Schrauben feſte zuſammengezogen werden.

Wenn

Wenn daher der Sturm den Seiten-Bogen AKB afficiret, ſo hält der Diagonal-Bogen AED die Brücke um ſo ſicherer, je ſtärker er, und breiter die Brücke FK = BD iſt. Dieſen Bogen umfaſſen die Schwellen GH „ IK, welche ſeine Schenkel, und die Seiten-Bögen AKB, und CFD immer in gleichem Abſtand von einander halten.

Anmerkung.

Wie übrigens die Verbindung der Theile einer Bogen-Brücke bewerkſtelligt oder ihr Detail ausgeführt werde, kann ich mich hier nicht einlaſſen; weil hiezu ſehr große Kupfer erforderlich ſind, und ich hier nur das Statiſche der Brücken zu betrachten, und nicht das Verfahren ſie zu conſtruiren zu beſchreiben habe; das ſich in dem in ſeiner Art einzigen Werk des Hrn. von Wiebeking, nemlich in der Brückenbau-Kunde, aufs vollſtändigſte und deutlichſte vorfindet.

---

d. Was ferner den Fahrgang HK der Brücke anbelangt, ſo wird derſelbe nicht immer parallel mit der Strom-Fläche oder horizontal angelegt; er wird, wo die Chauſſee-Dämme, oder die Auffahrt auf die Brücke gar zu ſehr erhöhet werden müſten, auch in ſchiefer oder abfälliger Richtung, über den Brücken-Bogen angelegt; und es ſetzt dabey die Sicherheit und Bequemlichkeit der Paſſage dem Abfall ſeine Gränzen.

Wo nemlich die Brücke nicht gepflaſtert, oder chauſſetirt iſt, rechnet Hr. v. Wiebeking für eine Längen-Klafter, 3 bis 4 Zoll Abfall; wo man ſich hingegen bey einer gepflaſterten Brücke des Radſchuhes bedienen kann, mag dieſer Abfall auch größer genommen werden.

e. Dabey richtet ſich ferner die Breite der Brücke nach der Frequenz der Paſſage, und insbeſondere nach der

Ausladung der großen Laſtwägen, die ſich auf derſelben begegnen können.

Rückſichtlich des Verhältniſſes zwiſchen der Höhe des Bogens der Brücke, und ihrer Oeffnung, gibt ferner Hr. v. Wiebeking in der Brückenbau-Kunde S. 83. folgende Verhältniſſe an; nemlich: 1 : 24 bey Brücken von 100 — 150 Fuß Oeffnung; $\frac{1}{20}$ — $\frac{1}{18}$ bey 200 Fuß; $\frac{1}{15}$ bey 300; $\frac{1}{14}$ bey 400; $\frac{1}{13}$ bey 500; und $\frac{1}{12}$ bey 600 Fuß Oeffnung.

Eben ſo beſtimmt Hr. v. Wiebeking S. 84. auch die Abſtände der Verbindungs-Schwellen, durch welche ſich der Brücken-Bogen in ſeine Felder theilet, und das Ausbiegen der Curven zur Seite verhindert wird; nemlich von 10 — 20 Fußen.

Die Brücke mit mehrern Oeffnungen.

II. Iſt der Fluß breiter, als daß er durch einen einzigen Bogen überſprengt werden kann, weil er ſonſt gar zu hoch angelegt werden müſte, ſo wird die hydrometriſche Breite des Fluſſes in eine gewiſſe Anzahl gleicher Theile abgetheilt, und über den Fluß eine Brücke von ſo viel Oeffnungen conſtruirt, als Theile ſich für ſeine Breite ergeben.

Wäre z. E. die hydrometriſche Breite des Flußes in Fig. 6. AB von 480 Fußen in 3 gleiche Theile abgetheilt worden, ſo ergibt ſich hieraus für den Fluß eine Brücke von 3 Oeffnungen AC „ CD „ DB, deren jede 160 Fuße von einem Mittel der Joche zum andern hat.

Es werden dabey in den Fluß bey C und D Joche eingerammet, auf welchen der mittlere Bogen GF ganz, und die übrigen zwey Bögen FE und HG nur mit ihrem einen Ende ruhen; während ſie mit ihren andern Enden ſich an die ſteinernen Widerlager in E und H ſtemmen, und auf denſelben gleichzeitig aufliegen.

Es

Es beſtehen dabey die Joche, wo ſie nicht ſteinerne Pfeiler ſind, aus ſtarken vierkanntigen, unten zugeſpitzten Pfählen, welche bis zum Stehen in daß Fluß-Beet eingerammet werden; ſie werden mit andern Horizontalen zu beyden Seiten umgeben, während die Jochſchwelle oben in ſie eingelaſſen iſt. An dieſen Seiten-Balken iſt der Traggurth auf jeder Seite des Jochs, durch eiſerne Schrauben feſte gemacht, welche durch die Gurte, die Seiten-Schwellen und durch die Joch-Balken hindurch gehen, und mit Muttern angezogen werden. Dieſe Gurte liegen in einerley Horizontal-Ebene mit dem Widerlager des feſten Landes; und tragen, wie dieſe, die Hälfte der Laſt der Brücke.

§. 9.

Die Laſt einer hölzernen Bogen-Brücke.

a. Die Laſt der Brücke wird durch ihre Widerlager getragen; und conſtituirt ſich aus dem Gewicht ihrer gebogenen und ungebogenen Hölzer, und der Laſt des mit der Brücke verbundenen Eiſenwerks!

Es wiegt dabey das Holzwerk der Brücke, bey dem nemlichen cubiſchen Inhalt um ſo mehr, je ſpecifiſch ſchwerer das Holz von Natur, je weniger es ausgetrocknet, und je ſtärker es iſt; und es fällt deswegen das Gewicht eines Baieriſchen Cubic-Fußes Fichtenholz, zwiſchen 20 und 26 Pfund hinein; wofür ich das Mittel mit 23 Pfunden nehme; wenn ich daſſelbe nicht allgemein durch den Buchſtaben (γ) ausdrücke.

Um nun die allgemeine Formeln für die Laſt der gekrümmten und geraden Hölzer der Brücke zu conſtruiren, bezeichne ich den Center-Winkel AOD der Brücke in Fig. (3.) durch den Buchſtaben ψ; die Höhe der gekrümmten

ten Balken ihres Bogens durch (h), und ihre Breite durch (b); und den Krümmungs-Halbmeſſer AO durch (r); und die Länge des Bogens durch z.

Nach dieſen Bezeichnungen iſt nun einmal

$$360 : \psi = 2\pi r : z; \text{ oder } z = \frac{\pi}{180} . \pi r;$$

und das Gewicht der Curve $= \frac{\psi}{180} . \pi r . h . b . \gamma$. Pfunde.

Bezeichnet der Buchſtabe (l) die Länge eines geraden Balkens, von der Höhe h und Breite b; ſo iſt auch ſein Gewicht

gleich $h . b . l . \gamma$. Pfunden.

b. Um dieſes durch ein Exempel zu erläutern, lege ich die Brücke zum Grunde, welche Hr. v. Wiebeking über die Wertach bey Etringen erbauet, und S. 41. der Brückenbau-Kunde beſchrieben hat. Die Oeffnung dieſer Brücke iſt 144 Fuß; ihre Höhe im Werkſatz 9 Fuß; ihre Breite 26 Fuß; ſie war die erſte, bey welcher Hr. v. Wiebeking einen doppelten Diagonal-Bogen anbrachte.

Es gehen bey derſelben die Seiten- und Diagonal-Bögen auf 13 Fuße in die Kammern der Widerlager hinein, um die Seiten-Ausbiegung (§. 8. b.) noch mehr zu verhüten; und beſtehen aus fichtenen Balken von 15 bis 16 Zoll Höhe, und 13 Zoll Stärke; nur die zwey unterſten Balkenlager oder Curve der Seiten-Bogen ſtützet ſich unmittelbar an den Kerbſtock des Widerlagers, der vorne an demſelben ſenkrecht feſte iſt.

Es mißt ferner der Halbmeſſer der Seiten-Bögen AKB „ CFD Fig. 5. und des mittlern Bogens MEN = 316,6 Fuß; und der Diagonal-Bögen CEB und AED = 365 Fuße, und ihre Sehne 169 Fuße. Es ſtützen ſich dabey die halben Diagonal-Bögen von einer Seite an das Widerlager, und von der andern Seite an das durch

den

den Scheitel der Seiten-Bögen gehende Bundholz FK, und ſind an dieſes ſo wie an den mittlern Bogen angeſchleift, und außerdem noch mit zwey zur Seite angebrachten Backenhölzern verbunden; wobey die ganze mittlere Verbindung durch eiſerne ſtarke Schrauben zuſammen gehalten wird.

Das Ganze iſt außerdem durch eilf Querhölzer oder Verbindungs-Schwellen in 10 Felder abgetheilt, deren Abſtand eilf Fuß iſt; es faſſen dieſe die Diagonal-Bögen ein, und erhalten dadurch den Brücken-Körper in ſeinem Parallelismus und Steife.

Cubiſcher Inhalt der Curven der Brücke.

c. Nach den für dieſe Brücke angegebenen Maaßen, iſt daher einmal für die untern Curven der Seiten-Bögen, und des Mittel-Bogens $r = 316{,}6$; $h = 15\frac{1}{2}$ Zoll im Mittel; $b = 13$ Zolle, und für die Höhe $= 9$, und Oeffnung der Brücke $\psi = 26^\circ\,, 24'$; mithin der cubiſche Inhalt einer Curve $= 204$ Cub. Fuße. Da nun die Brücke an jedem Seiten-Bogen 2 ſolche Curven, und auch 2 dergleichen an ihrem Mittel-Bogen hat, ſo iſt der Inhalt dieſer ſämmtlichen, in die Kerbhölzer des Widerlagers anſtemmenden Bögen $= 6 . 204 = 1224$ Cub. Fuße.

Zu dieſen kommen noch die Curven, welche unmittelbar über jenen liegen, aber auf jeder Seite 13 Fuß in die Kammer des Widerlagers hinein reichen; für dieſe iſt $\psi = 30^\circ\,, 20'$; mithin der Inhalt einer ſolchen Curve $= 234$ Cub. Fuße; und ſämmtlicher $= 3 . 234 = 702$ Cub. Fuße.

Außerdem lieget über dieſen Curven, an jedem Seiten-Bogen wie bey dem Mittel-Bogen, eine Curve, welche an jeden Arm der Brücke bis zu ihrem zweyten Felde reichet, und ſich allda an das Geſchwell dieſes Feldes

mit

mit ihrem einen Ende, mit dem andern aber an die hintere Stützſäule des Widerlages ſich anſtemmet.

Der cubiſche Inhalt einer ſolchen Curve iſt daher 173 Cub. Fuß; und der Inhalt aller 4. derſelben 692 Cub. Fuße.

Zu dieſen Curven kommen noch die Diagonal-Bögen ſelbſt, deren Sehne 169 Fuße iſt; es iſt daher die Solität der 2 Curven jedes Diagonal-Bogens 480 Cub. Fuße; folglich der 2 Diagonal-Bögen ſelbſt = 960 Cub. Fuße.

Zählet man den cubiſchen Inhalt der gekrümmten Hölzer der Brücke in eine Summe zuſammen; ſo iſt derſelbe im Ganzen 4578 Cub. Fuße.

Inhalt der Querhölzer der Brücke.

d. Dabey ſind die Verbindungsſchwellen in die Seiten-Bögen, und in den Mittelbogen oben und unten, ſo wie in die Diagonal-Bögen eingeſenket, um die Bögen immer in dem nemlichen Abſtand zu erhalten; auf ihnen liegen die Querhölzer, welche den Brückengang tragen; und eiſerne, durch die Curven, Verbindungs-Schwellen und übrige Querhölzer, ſo wie durch die Geländerſäulen ſelbſt hindurch gehende Schrauben, ſpannen jedes Feld in ſeinen Theilen feſte. Dieſe ſämmtliche Querhölzer ſind bey einem Fuß Querſchnitt 26 Fuß lang; und die Brücke enthält in ihren eilf Feldern, in allem 46 ſolcher Querhölzer; es iſt daher der Inhalt ſämmtlicher: 26 . 46 oder 1196 Cub. Fuß.

Der Fahrgang der Brücke.

e. Ueber der oberſten Curve der Seiten-Bögen, und den Querhölzern ihrer Felder lieget nun unmittelbar der Fahrgang der Brücke ſelbſt.

Dieſer beſtehet aus 9 Straßenbäumen, die ihres Orts in einer Vierung von ein Fuß gehörig zuſammengeſchifftet

ſchifftet ſind, und ſo ſich über die Länge der Brücke von 170 Fuß verbreiten; ihr cubiſcher Inhalt iſt daher 1530 Cub. Fuße.

Auf dieſen Straßenbäumen ſind ferner die Brücken-Bohlen in einer Stärke von 6 Zollen feſte; ihr Inhalt iſt daher 2210 Cub. Fuße.

Wäre die Brücke gepflaſtert, ſo kommt hiezu noch die Laſt des Pflaſters, und auf jeden Fall noch die Laſt der Bruſt- oder Streichhölzer, mit ihren Stützen und Streben, u. ſ. w. welche in Summa zu 250 Cub. Fuße angeſchlagen werden können.

Solchenach betragen die Querhölzer der Brücke, ihr Fahrgang und Geländer im Ganzen 5186 Cub. Fuße; und ihr Fahrgang allein 3990 Cub. Fuße.

Das Eiſenwerk der Brücke.

f. Endlich hilft auch das Eiſenwerk der Brücke ihre Laſt vollends integriren. Dieß beſteht aus den eiſernen Schrauben, welche durch die Seitenbögen der Brücke, durch ihre Querhölzer, und zum Theil auch durch ihre Geländer-Säulen hindurch gehen, und ihre Curven unter ſich, und mit den Querhölzern feſte ſtemmen. Auch gehören hieher die Schrauben, welche die Diagonal-Bögen mit ihren Bund- und Backenhölzern, mit dem mittlern Bogen feſte verbinden.

Das Gewicht dieſer Schrauben gibt Hr. v. Wiebeking für dieſe Brücke S. 44. der Brückenbaukunde, zu 4624 Pfunden an.

Nach dieſer Berechnung iſt daher die Laſt ſämmtlicher gekrümmter Hölzer dieſer Brücke $\frac{3578 . 23}{100}$ oder 823 Centner; und die Laſt der ungebogenen $\frac{5186 . 23}{100}$ oder 1193 Centner; die mit 46 Centnern Eiſenwerk die Laſt der ganzen Brücke beynahe auf 2000 Centner bringen.

Die

Die Laſt der gebogenen Hölzer iſt daher bey dieſer Brücke beynahe nur $\frac{5}{12}$ ihrer ganzen Laſt; ſie iſt die Hälfte des Ganzen, wenn man die Straßenträger etwas ſchwächer nimmt.

Es bezeichnen nun für 2 Brücken die Buchſtaben P und P′ das Gewicht ihrer gebogenen, Q und Q′ die Laſt ihrer ungebogenen Hölzer, T und T′ das Gewicht ihres Eiſenwerks; ſo verhalten ſich die Laſten bey der Brücke

wie $P + Q + T : P' + Q' + T'$.

Von dieſer Laſt trägt nun jedes Widerlager ſeines Orts die Hälfte; es muß daher auf der Landſeite, wie bey den Jochen, das Pfahlwerk ſo tief in den Boden hineingerammet ſeyn, daß die Pfähle unter dieſer Laſt nicht mehr tiefer ſinken können.

g. Hätte dieſe Brücke keine Diagonal-Bögen, ſo würden bey ihr die Windruthen in den Schwellfeldern, und die Zug- und Creuz-Streben an den Widerlagern ihre Stelle erſetzen müſſen.

Nun bekommt aber an der obern Seite jenes Schwellfeld ſeine Windruthen; es erhalten dieſelbe außerdem auch die beyden mittlern Schwellfelder an der untern Seite, ſo wie die den Widerlagern nächſten Felder; und außerdem ſtemmen ſich noch die Zugſtreben an dem Geſchwell des andern Feldes und an den Widerlagern an.

Werden nun zu dieſem Behuf lauter 12zollige Balken genommen, ſo würden die Windruthen eines Schwellfeldes bey 64 Cub. Fuß Holzmaſſe enthalten; mithin alle 15 in Summa 949 Cub. Fuße enthalten.

Hiezu kommen noch die 8 Streben, welche ſich an beyde Widerlager anſtemmen, mit 200 Cub. Fußen; und es wäre hiemit die Holzmaſſe der Windruthen und Streben dieſer Brücke 1149 Cub. Fuße; ſtatt deſſen die beyden Diagonal-Bögen nur 960 Cub. Fuß Holzmaſſe enthalten.

Rechnet

Rechnet man hiezu die Backenhölzer, und das Gewicht der Schrauben, welche die Bögen mit dieſer in ihrer Verbindung zuſammenhalten, ſo wird die Laſt der Brücke beynahe immer die nemliche bleiben, ſie mag mit Diagonal-Bögen, oder ſtatt deſſen mit Windruthen und Creuzſtreben verſehen ſeyn.

§. 10.

Der Diagonal-Bogen einer Bogen-Brücke.

Der Diagonal-Bogen einer hölzernen Bogen-Brücke ſtellet immer eine gekrümmte Strebe AE in Fig. 5. vor, die ſich mit ihrem einen Ende an die Querſchwelle AC des Widerlagers, und mit dem andern Ende an die mittlere Schwelle KF der Brücke ſtemmet: er wird bey der Brücke angebracht, um ſie gegen den Sturm zu ſichern, der ſie aus ihrer Verticalebene zu drücken, oder außer derſelben zu biegen ſtrebet.

Nun werden aber ſämmtliche Verbindungsſchwellen der Brückenfelder in ihm auf ſeiner obern und untern Seite eingeſenket, um ihm mit dem Ganzen einen feſten Stand zu verſchaffen, und insbeſondere ſeine Seiten-Ausbiegung zur Seite zu verhindern.

Nach dieſer Anlage liegt daher dieſer Bogen ganz in der Seiten-Ebene eines Cylinders, deſſen Halbmeſſer der Krümmungs-Halbmeſſer der Seiten-Bogen der Brücke, und deſſen Länge die halbe Breite der Brücke, oder eigentlich der Abſtand des mittlern Bogens derſelben von den Seiten-Bogen von innen oder im Lichten iſt: es bildet daher ſeine Curve eine Ellipſe, deren lange Axe in ſeine Verticalebene fällt, und deren kurze Axe dem Halbmeſſer $= r$ der Brücke gleich iſt.

Es ſtelle nun in Fig. (7.) ADB eine Vertical-Ebene durch den halben Seiten-Bogen der Brücke, und CEB

eine Vertical=Ebene durch den halben Diagonal=Bogen vor; beyde Ebenen ſchneiden ſich in der Horizontal=Ebene DEB unter dem Winkel DBE = δ. Auch ſey FH eine der Abſciſſe AF entſprechende Ordinate des Seiten=Bogens, parallel mit dem Waſſerpaß des Bogens DB, und FK „ HM ſenkrecht auf die Ebene des Bogens AB.

Leget man durch die Puncte KFH eine Horizontal=Ebene, ſo ſchneidet dieſe die Ebene des Diagonal=Bogens in der Ordinate KM, welche jener FH auf der Ebene des Bogens entſpricht. Wird von dieſer MO ſenkrecht auf EB und NO ſenkrecht auf DB geſetzt, ſo iſt in den bey D und N rechtwinklichten Dreyecken DBE und NBO

$$NB : NO = DB : EB; \text{ oder}$$

$$DB - DN : EB - EO = DB : EB; \text{ und hieraus}$$

$$EO = KM = \frac{DN \, . \, EB}{DB} \, .$$

Es iſt ferner in dem Dreyeck DBE

$$1 : EB = \text{Cos } DBE : DB;$$

$$\text{alſo } EB = \frac{DB}{\text{Cos } \delta}; \text{ und tang } \delta = \frac{DE}{DB};$$

$$\text{mithin auch } KM = \frac{DN}{\text{Cos } \delta} = DN \, . \, \text{Secans } \delta.$$

Nimmt man die Abſciſſe AF dem Halbmeſſer r. des Seitenbogens AD gleich, ſo ergibt ſich die halbe lange Axe des Elliptiſchen Diagonalbogens durch r. Secans φ; während ſeine kurze Axe dem Halbmeſſer r. des Seiten=Bogens ſelbſt gleich iſt.

Für die der Abſciſſe AF = x des Seitenbogens entſprechende Ordinate FH = y; iſt daher die Ordinate KM des Diagonalbogens

$$KM = \text{Secans } \delta \, . \, (\sqrt{(2rx - x^2)};$$

oder man muß jede Ordinate des Seitenbogens mit Secans δ multipliciren, oder mit Cos δ dividiren, wenn man

man die ihr für die nemliche Abſciſſe entſprechende Ordinate des Diagonal-Bogens finden will.

Da ferner $\text{Sec.}\,\delta = \sqrt{(1 + \text{tang}\,\delta^2)}$ iſt; ſo iſt auch

$$KM = \sqrt{\cdot \left(1 + \frac{DE^2}{DB^2}\right) \cdot (2rx - x^2)}.$$

und es weicht KM von FH um ſo mehr ab, je größer der Winkel DBE, oder je breiter die Brücke, und je kleiner ihre Oeffnung iſt.

Setzet man die Abſciſſe $x = AD$, oder der Höhe des Bogens gleich, ſo iſt auch

$$EB = \sqrt{\left(1 + \frac{DE^2}{DB^2}\right) \cdot (2r\,AD - AD^2)}.$$

Eben ſo erhält man die halbe lange Axe der Ellipſe des Diagonal-Bogens ſelbſt, wenn man $x = r$ ſetzt. Es iſt dieſelbe

$$\text{gleich } r \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{DE^2}{DB^2}\right)} \cdot \text{Fuße.}$$

§. 11.

Reſiſtenz der hölzernen Bogen-Brücke gegen den Sturm.

Das Ausbiegen der Brücke aus ihrer Vertical-Ebene.

I. Iſt die Brücke ihres Orts über den Fluß geſprengt, und ihre Balken um den Einfluß der Witterung zu modificiren, mit Theer beſtrichen, ſo wird ſie noch außerdem in der nemlichen Abſicht von außen, oder an ihren beyden Seiten mit Brettern beſchlagen oder verſchält.

Durch ihre Verſchalung aber gewinnt der Sturm auf die Seiten der Brücke eine größere Stoß-Fläche; es

 iſt

iſt daher ſeine Wirkung auf dieſelbe um ſo größer, je größer das Moment des Sturms, und die Stoß-Fläche der Brücke iſt; es bleibt deswegen auch Maxime, die Bretter nicht länger zu nehmen, als daß durch ſie die Curven gerade bedeckt werden.

So wie aber der Sturm gegen die Brücke wirket, ſtrebet er ſie außer ihrer ſtatiſchen Vertical-Ebene hinaus zu drücken, oder horizontal auszubiegen; und es verhält ſich ſeine Wirkung auf die Brücke, wie ſein Moment in die Stoß-Fläche derſelben, multiplicirt mit dem Coſinus des Winkels, welchen der Sturm auf die Brücke in ſenkrechter Richtung macht.

Bezeichnet nun der Buchſtabe A das Moment des Sturms; S die Stoß-Fläche der Brücke, und μ den Einfalls-Winkel deſſelben, ſo verhält ſich die Wirkung des Sturms auf die Brücke

wie $A \,.\, S \,.\, \mathrm{Cos}\, \mu$.

Es iſt daher ſeine Wirkung am größten, wenn $\mu = 0$ iſt, oder der Sturm die Brücke durchaus ſenkrecht drückt.

Dieſer Wirkung des Sturms widerſtehet aber einmal die Brücke durch ihre Laſt $= Q$; es kann der Sturm ſie um ſo weniger ausbiegen, je größer ihre Laſt iſt.

Sie widerſtehet ferner bey der nemlichen Laſt dem Sturm durch die feſte Verbindung ihrer Curven und Tragbäume mit den Geſchwellen und Stutzſchwellen ihrer Widerlager, und insbeſondere durch die Feſtigkeit ihrer Curven und Tragbäume.

Es iſt dieſer Widerſtand um ſo größer, je ſtärker ihre Curven ſind, und je mehrere über einander liegen; er iſt hingegen um ſo ſchwächer, je länger die Curven, oder je größer die Oeffnung der Brücke iſt.

Drückt der Sturm die Verſchalung der Brücke ſenkrecht, und iſt dabey ſo ſtark, daß er ſie aus ihrer Vertical-

tical-Ebene auszubiegen vermag, ſo bieget er ihr Gebälke auf ähnliche Art, als eine Laſt, die ſeinem Druck gleich iſt, ſie biegen würde, wenn dieſe dabey auf jeden Quadrat-Fuß gleichſtark drückte.

Iſt daher die Höhe ihrer ſämmtlichen Curven mit den Tragbäumen des Fahrganges $= h$; und die Stärke dieſer Balken $= b$; und die Oeffnung der Brücke $= M$; ſo iſt der Widerſtand der Brücke von dieſer Seite, nach den Principien §. 2.

$$\text{wie } \frac{h \,.\, b^3}{M^3};$$

und mit Rückſicht auf die Laſt der Brücke,

$$\text{wie } \frac{Q \,.\, h \,.\, b^3}{M^3}.$$

Außerdem aber widerſtehet die Brücke dem Sturm auch noch durch die für ihre Sicherheit an ihr angebrachte Vorrichtungen, deren Wirkung ich indeſſen durch den Buchſtaben D ausdrücke.

Bezeichnet nun K den Widerſtand, durch welchen die Brücke dem Sturm entgegen wirket; ſo verhält ſich im Ganzen

$$K = \frac{Q \,.\, h \,.\, b^3 \,.\, D}{M^3}.$$

Je größer nun die Wirkung des Sturms, und je kleiner der Widerſtand der Brücke iſt, um ſo mehr iſt ſie durch denſelben gefährdet; oder es verhält ſich die Gefährdung der Brücke durch den Sturm

$$\text{wie } \frac{A \,.\, S}{K}.$$

Eine Brücke B ſey z. E. 2 mal ſo lang als eine andere ähnliche A, ihre Stoß-Fläche $2\frac{1}{2}$, und ihr Gewicht 2 mal größer als dieſer, bey einerley Balken-Höhe und Stärke; auch thun bey der Brücke B die gegen den Sturm ſie ſichernden Vorrichtungen nur halb ſo viel Dienſte, als bey

bey der Brücke A; ſo werden ſich für beyde Brücken ihre Gefährdungen durch den nemlichen Sturm verhalten

$$\text{wie } 1 : \frac{2\frac{1}{2}}{\frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{8}} = 1 : 20;$$

oder die Brücke B wird 20mal mehr als die Brücke A durch den Sturm gefährdet werden; oder ſie wird in ihrer Mitte 20mal mehr, als die A Brücke, durch den nemlichen Sturm außer ihrer Vertical-Ebene gebogen werden können.

Der Dienſt des Diagonal-Bogens und der Zugſtreben.

II. Um das Ausbiegen der Brücke außer ihrer Verticalebene zu hindern, oder wenigſtens zu modificiren, hat man überhaupt bey Brücken die Windruthen und Streben angebracht; insbeſondere aber ſichert Hr. v. Wiebeking ſeine Brücken, neben dieſem auch noch durch die Diagonal-Bögen, oder ſtatt deren durch Seiten-Curven, welche die Brücken gleichſam wie Zangen faſſen, und durch die Zug- und Creuzſtreben.

Was nemlich unter dieſen zuvörderſt die Windruthen anbelangt, ſo beſtehen dieſe in jedem Schwellfeld der Brücke, aus creuzweis mit einander verbundenen Streben, deren Enden ſich in den Ecken der Schwellfelder ſtemmen; es hat daher bey einer Bogen-Brücke, welche einen Mittelbogen hat, der jedes ihrer Schwellfelder biſectiret, jedes ſolche halbe Feld zwey ſolcher Creuzſtreben, die eben in daſſelbe eingeſenkt ſind.

Es ſetzet dabey Hr. von Wiebeking in den mittlern Feldern, und in den Feldern, welche den Widerlagern am nächſten ſind, ſolche Windruthen auch von der untern Seite ein, ſo daß alſo jedes ganze Feld eigentlich 4 Windruthen erhält.

2. Der

a. Der Dienſt dieſer Windruthen tritt nun immer erſt alsdann ein, wenn der Sturm die Brücke außer ihrer Verticalebene zu drücken, oder ſie auszubiegen ſtrebt!

Es ſtrebe z. E. der Sturm die Mitte der Brücke um Ab Fig. 8. außer der Verticalebene PAQ zu drücken, welche durch die Stutzſäulen ihrer vordern Seitenbogen an den Widerlagern gehet, mithin die Schwellfelder am und bn um bf zu krümmen; ſo müſte der Sturm zunächſt die Windruthen aqbh „ bdqc biegen; er müſte, nachdem er dieſe gebogen hat, auch die Windruthen hmkq „ qnmd der andern Hälfte des Schwellfeldes eben ſo ſtark biegen.

Sind aber dieſe ſo ſtark, daß die Kraft, mit welcher der Sturm den Bogen abc krümmet, ſie nicht biegen kann, ſo wird auch das Schwellfeld ſich in ſeiner Verticalebene erhalten: es werden ſich die übrigen Schwellfelder um ſo näher in ihrer Ebene erhalten, je näher ſie den Widerlagern liegen, weil die Ausbiegung der Seitenbögen immer mehr nach den Widerlagern hin, nach und nach abnimmt.

Der Dienſt der Windruthen iſt daher in den mittlern Schwellfeldern der Brücke, immer der vorzüglichſte; ſie leiſten in den den Widerlagern nächſten Feldern weniger; und es genüget, wenn bey der Brücke außer den mittlern Feldern, nur noch jenes mit Windruthen verſehen wird, das auf jeder Seite der Brücke das mittlere zwiſchen dem Scheitel des Bogens und dem Widerlager iſt!

b. Hat die Brücke beygeſetzte Curven oder Sturm-Bögen FE. Fig. 4., welche in den Seiten-Mauern der Kammer der Widerlager feſte ſind, ſo faſſen dieſe die Brücke gleichſam wie eine Zange ein, und verhindern dadurch ihre Seiten-Ausbiegung um ſo mehr, je weiter ſie an ihr vorgreifen, und je ſtärker ſie ſind.

Liegt z. E. der Surm-Bogen FE in Fig. 4. in F und M, oder auch als in die Seiten der Kammer eingemauert an derſelben durchaus an, während er ſich an das Geſchwell bey C ſtemmet, ſo widerſtehet er dem Ausbiegen der Brücke von G nach D mit einer Kraft, die erforderlich wäre, ihn an ſeinem Ende C in der Länge GD zu biegen.

c. Anders verhält ſichs mit den Streben, welche an der Brücke angebracht werden, um ſie gegen den Sturm zu ſichern. Dieſe halten den Druck des Windes durch ihre perpendiculaire Feſtigkeit, oder durch die Kräfte aus, welche ſie abzuknicken vermögen; ſie müſſen daher immer wenigſtens ſo ſtark ſeyn, daß ſie ſich nicht merklich biegen, wenn der Sturm die Brücke an ihr eines Ende drückt, während ſie ſich an dem andern Ende feſte ſtemmen.

Außerdem iſt der Dienſt der Streben noch mit der Stelle in Beziehung, an welche ihr eines Ende an die Brücke, und ihr anderes an eine feſte Widerlage ſich ſtemmet: ſie leiſten der Brücke um ſo mehr Dienſte, je weiter ſie an ihr vorgreifen, und es halten zwey Streben, wovon die eine an der rechten, die andere an der linken Seite des nemlichen Bogens der Brücke angebracht ſind, den ganzen Druck des Windes auf ſie aus, wenn ſie beyde bis in die Mitte der Brücke reichen.

Indem ich nun den Dienſt der Streben ſtatiſch erwäge, trage ich zunächſt darauf an, die Vorzüge des Diagonal-Bogens vor den gewöhnlichen Streben zu beweiſen, und nehme indeſſen die Streben in ſenkrechter Richtung auf die Brücke an, in welcher ihr Effect ihres Orts immer der größte wäre.

Es ſtelle nun in Fig. 5. BAUQ die Verticalebene durch den Mittelbogen der Brücke, und Z. den Scheitel deſſel-

deſſelben vor; BQ iſt daher die Oeffnung, und ZP die Höhe der Brücke.

Auch ſey der geſammte Druck des Sturms, welchen ich hier ſenkrecht annehme $= P$; welcher, da er auf jede Hälfte BZP und QZP gleich vertheilt iſt, auch eben ſo angeſehen werden kann, als wäre er in der Stelle Z vereiniget.

Drücken ferner in A und U auf den Bogen Streben ſenkrecht, ſo halten dieſe mit den Stutzſäulen der Curven der Brücke, den geſammten Druck des Sturmes aus.

Dieſer Druck auf die Stutzſäulen in B und Q ſey nun α und δ; und der Druck auf die Streben in A und U, ſey β und γ; ſo iſt einmal

$$\alpha + \beta = \tfrac{1}{2} P = \gamma + \delta.$$

Ferner iſt $\alpha . BP = \beta . DP$; oder $\beta = \frac{BP}{DP} \alpha$; eben ſo auch $\gamma = \frac{PQ}{PW} \delta$; mithin auch

$$\beta = \frac{BP}{BP + DP} \tfrac{1}{2} P; \quad \gamma = \frac{PQ}{PQ + PW}.$$

Stehen nun beyde Streben von dem Scheitel Z des Bogens gleichweit ab, ſo iſt auch $\beta = \gamma$; und $\alpha = \delta$; oder der Druck des Windes auf beyde Streben gleich ſtark.

Stehen die Streben in der Mitte des Bogens, ſo iſt für dieſelbe $DP = PW = O$; und es iſt $\beta = \tfrac{1}{2} P = \gamma$; oder es hält jede die Hälfte des Drucks aus, welchen der Sturm auf die Verſchalung der Brücke ausübet.

Dieſen Druck bezeichne die ſenkrechte Linie ZO; und eben ſo bezeichne die Linie AF den ſenkrechten Druck auf die Strebe in der Stelle bey A. Für dieſe Strebe iſt alſo $AF = \beta$, und ihr Dienſt, welchen ſie der Brücke leiſtet, iſt bey ſonſt übrigen gleichen Umſtänden um ſo geringer, je weiter ſie von der Mitte der Brücke abſtehet, oder je näher ſie ihrem Widerlager iſt.

Ueberhaupt verhält ſich der Effect der Strebe, wenn ihr eines Ende bis in die Mitte Z des Mittelbogens der Brücke, oder ſtatt deſſen nur bis an die Stelle A deſſelben reichet,

$$\text{wie } 1 : \frac{1}{BP + DP}.$$

Wäre die halbe Oeffnung BP der Brücke = 1; und die Strebe ſtünde in A, oder um DP = $\frac{1}{2}$ BP von dem Perpendikel ZP ab; ſo iſt ihr Effect nur $\frac{2}{3}$ deſſen, was ſie leiſten könnte, wenn ihr eines Ende bis in die Mitte des Bodens reichte.

d. Außerdem tritt bey den Streben immer noch der beſondere Umſtand ein, daß ſie niemalen ſenkrecht auf die Brücke ſtehen können, ſondern immer nach derſelben unter einem ſchiefen Winkel, und dabey noch in geneigter Lage, gerichtet ſeyn müſſen!

Da ſie ſelten außer der Brücke angebracht werden können, ſo ſtützen ſie ſich immer innerhalb der Brücke an ihr Widerlager, und es hängt deswegen ihr Effect ab, von dem Abſtand ihres einen Endes von der Verticale durch den Mittelbogen, von dem Winkel, unter welchem ihr anderes Ende ſich an dem Mittelbogen anſchleifet, und von der Neigung, welche ſie ihres Orts gegen den Horizont hat.

Es bezeichne nun MEFA eine Horizontalebene, mit welcher die Ebene BDC parallel iſt; CA ſtelle vor die Richtung der Strebe, und BC ihren Abſtand von der Verticale BAD durch den Mittelbogen, auf der Querſchwelle des Widerlagers. Auch liege AE in der Ebene MAF, und in der Verticalebene durch die Strebe; und es ſey deswegen MAE = BDC; und EAG = ACD.

Fället man auf die Ebene der Strebe die Perpendicular-Linie EF, ſo ſtellet AE ihre Wirkung auf die Brücke

vor,

vor, wenn ſie ſelbſt eine horizontale Lage hätte; und es iſt in dem rechtwinklichten Dreyeck AEF

$1 : AF = \text{Cos}\, EAF : AE$; alſo $AE = AF . \text{Cos}\, EAF$.

Fället man ferner aus dem Puncte E die Perpendicular-Linie EG auf die Strebe, ſo drücket AG den Effect aus, welchen die Strebe in ihrer geneigten Lage für die Brücke zu leiſten vermag; und es iſt in dem rechtwinklichten Dreyeck EGA

$1 : AE = \text{Cos}\, EAG : AG$; mithin $AG = AE . \text{Cos}\, EAG$;

oder $AG = AF . \text{Cos}\, EAF . \text{Cos}\, EAG$.

Nun ſey ferner der Winkel, unter welchem ſich die Strebe an den Mittelbogen anſchleifet, oder $BDC = \psi$; und der Winkel ACD, welchen ſie mit dem Horizonte macht, $= \varphi$; ſo iſt einmal $EAF = 90 - \psi$;

mithin $AG = AF . \text{Sin}\, \psi . \text{Cos}\, \varphi$.

Auch ſey ferner die halbe Oeffnung der Brücke, oder $BP = 1$; und $BP : DP = 1 : \mu$;

ſo iſt auch $AF = \beta = \frac{1}{1 + \mu} . \frac{1}{2} P$;

folglich auch $AG = \frac{1}{1 + \mu} . \frac{1}{2} P . \text{Sin}\, \psi . \text{Cos}\, \varphi$.

Letztlich iſt auch $\text{Sin}\, \psi = \frac{BC}{AC}$; $\text{Cos}\, \varphi = \frac{CD}{AC}$; alſo auch

$$AG = \frac{1}{2} . \frac{1}{1 + \mu} . \frac{BC . CD}{AC^2} . P.$$

Je kleiner daher für die nemliche Brücke der Werth von μ, oder je näher die Stütze dem Scheitel der Brücke iſt; je größer ferner BC oder die halbe Breite der Brücke; und je näher AC dem CD gleich kommt, oder je weniger die Stütze gegen den Horizont geneigt iſt; um ſo größer iſt ihr Effect; oder um ſo mehr ſichert ſie die Brücke gegen den Sturm.

Reichet die Stütze bis in den Scheitel des Mittelbogens der Brücke, ſo iſt für ſie $\mu = 0$; und $CD = CP$;

AC

AC = CZ; und es verhält ſich für die nemliche Brücke, ihr Effect zu jenem in der Stelle A,

$$\text{wie } \frac{CP}{CZ^2} : \frac{1}{1+\mu} \cdot \frac{CD}{AC^2}.$$

Erſterer Fall tritt für den Diagonal-Bogen einer Brücke ein! Für die Etringer Brücke §. 9. b. iſt für eine Strebe, die um $\frac{2}{3}$ der halben Bogenweite von dem Scheitel abſtehet, nach dieſem Verhältniß ihr Effect beyläufig nur halb ſo groß, als der Effect des Diagonal-Bogens; oder der Diagonal-Bogen ſichert die Brücke 2mal mehr gegen den Sturm, als eine ſolche Strebe, wenn ſie auch gleiche Stärke mit ihm hätte.

§. 12.

Das Setzen einer hölzernen Bogen-Brücke.

So wie ſteinerne Bogen-Brücken in ihrer Mitte ſich immer um etwas niederſenken, und in ihren Seiten ſich ausbiegen, oder ſich deformiren, ſo zeigen uns auch hölzerne Bogen-Brücken ein ähnliches Phänomen!

Sie ſetzen ſich in ihrer Mitte immer um einige Zolle, und Hr. von Wiebeking gibt einen von Seinen bisher erbauten Brücken S. 82. der Brückenbau-Kunde, aus der Erfahrung abgenommenen Ueberſchlag, wornach man im Mittel aus ſämmtlichen auf die Klafter der halben Oeffnung — das Setzen immer auf einen Zoll anſchlagen darf; ſo daß, wenn z. E. die Oeffnung der Brücke 26 Klafter iſt, man ihr Setzen auf $\frac{26}{2}$ oder 13 Zolle vorläufig erachten kann.

Dieß Setzen iſt nun eine Wirkung zuſammengeſetzter Kräfte, und conſtituirt ſich durch die eigene Gravitation der die Brücke conſtituirenden Curven, und durch die auf ihnen ruhende, und ſonſt mit ihnen verbundene Laſt, neben

ben den Folgen, welche die techniſche Conſtruction ihrer Theile auf dieſes Setzen haben muß.

Da dieß Setzen für die Brücke von großem Einfluß iſt, ſo trage ich darauf an, daſſelbe zu analyſiren, und erwäge zuvörderſt das Setzen der Bögen der Brücke durch ihre Gravitation.

Das Setzen eines freyen oder unbelaſteten Brücken-Bogens, durch ſeine Gravitation.

1. Iſt der Bogen auf ſeinen Widerlagern frey ſtehend, ſo ſtrebet nemlich jeder Theil deſſelben, als ſchwerer, ſtetig durch ſeine Gravitation in der Loth-Linie zu ſinken; da er aber als mit ſeinen benachbarten cohärirender nicht ſinken kann, ſo äußert er ſeine Schwerkraft zunächſt durch den Druck gegen die auf ihn zunächſt folgende, und ſtrebt noch mit dem Ueberſchuß jener Kraft lothrecht niederwärts. Jener Druck aber nimmt für gleiche Theile mit dem Sinus des Bogens zu, um welchen dieſelbe vom Scheitel abſtehen; es nimmt daher auch jener Ueberſchuß, und mit demſelben die reſpective Schwere, oder das Beſtreben der Theile in den Schenkeln zu ſinken, immer mehr und mehr ab; ſie iſt daher für die Theile im Scheitel des Bogens am größten, die keinen Seitendruck ausüben können.

2. Durch die reſpective Schwerkraft ſeiner Theile ſtrebet nun der Bogen ſtetig ſich flächer zu ziehen, und wirket dadurch der Spannung entgegen, welche er durch ſeine Biegung erhalten hat, die für ſeine ſämmtlichen Theile, bey der circulariſchen Krümmung gleich groß iſt: es ſinket daher jede Stelle des Bogens, nur mit dem Ueberſchuß ihrer reſpectiven Schwere, über ihre Spannung; und da dieſer Ueberſchuß für die Theile in der

Mitte des Bogens größer, als für ſeine Schenkel iſt, ſo ſetzet er ſich in ſeiner Mitte ſtärker, als an ſeinen Schenkeln, und veranlaſſet dadurch die Seiten-Ausbiegung ſeiner Schenkel in ihrer Mitte, und mit derſelben die Deformation ſeiner circulariſchen Figur.

Wäre daher ein Bogen ſo ſchwach geſpannt, oder könnten ſeine Widerlager in ſo weit ausweichen, daß der Bogen eine Spannung erhielte, die der reſpectiven Schwere ſeiner mittlern Theile gleich, oder noch kleiner als jene iſt, ſo würde ſich der Bogen überſchlagen, oder er würde einſtürzen, oder ſeine hohle Seite nach oben wenden.

Nun überſpannet aber ſelbſt der weiteſte hölzerne Brückenbogen, in ſeinem Center-Winkel, höchſtens 45 Grade, und es iſt mithin die Abnahme der reſpectiven Schwere ſeiner Theile nur unbedeutend, oder man kann die Schwerkraft ſeiner Schenkel, mit der Schwerkraft ſeiner Mitte beynahe für gleichgültig annehmen.

Unter dieſer Vorausſetzung ſetzet ſich daher der Bogen, wenigſtens in ſeiner Mitte, faſt eben ſo, als ſich ein Balken von ſeiner Holzart, Stärke und Stabilität ſenken würde, deſſen Länge der Bogen-Weite ſelbſt gleich kommt; und es läſſet ſich nach dieſer Annahme, die Senkung des Bogens durch ſeine eigene Laſt folgendermaßen ausmitteln.

b. Ich nehme an, man wiſſe aus Verſuchen, daß ſich ein ungebogener Probebalken A, von der Länge l, Höhe h, Breite b und Gewichte p, um m. Zolle durch ſeine eigene Laſt in ſeiner Mitte ſenke, wenn er an ſeinen beyden Enden horizontal aufliegет.

Ein anderer gleichartiger Balken B habe die Länge L, Höhe H, Breite B, und Gewicht P; und die natürliche Stabilität des Balkens A verhalte ſich zu der Stabilität des B Balkens wie 1 : T.

Hät-

Hätten nun beyde Balken einerley Stabilität, ſo würden ſich nach §. 2. II. ihre Senkungen verhalten

$$\text{wie } \frac{l^3}{h^2 . b} : \frac{L^3}{H^3 . B};$$

oder es würde ſich der Balken B um d Zolle in ſeiner Mitte ſenken; das iſt: es würde ſeyn

$$m : d = \frac{l^3}{h^3 . b} : \frac{L^3}{H^3 . B}.$$

Iſt aber die Stabilität des B Balkens größer oder kleiner als des A Balkens, ſo wird ſich derſelbe in gleichen Dimenſionen mit dieſem, um ſo weniger oder mehr ſenken; das iſt: es werden die Senkungen beyder Balken im verkehrten Verhältniß ihrer Stabilitäten ſeyn; oder der Balken B wird ſich um (u) Zolle ſenken. Auch wird ſeyn

$$d : u = 1 : \frac{1}{T}.$$

Verbindet man dieſe Sätze mit einander, ſo ergibt ſich hieraus folgender Satz:

$$m : u = \frac{l^3}{h^3 . b} : \frac{L^3}{H^3 . B . T};$$

oder für quadratiſche Balken

$$m : u = \frac{l^3}{h^4} : \frac{L^3}{H^4 . T}.$$

Iſt der Balken B in dem Verhältniß $1 : \omega$ ſpecifiſch ſchwerer oder leichter; ſo iſt auch

$$m : u = \frac{l^3}{h^4} : \frac{\omega . L^3}{H^4 . T}.$$

Liegen q. Balken von den Dimenſionen, und der Qualität des B Balken über einander, ſo iſt ihre Senkung wenigſtens q mal größer, aber es iſt auch ihre Tragbarkeit q mal größer.

Bezeichnet nun jetzt T die Tragbarkeit des Ganzen, ſo iſt auch

$$m : u = \frac{l^3}{h^4} : \frac{\omega . q . L^3}{H^4 . T}.$$

In-

Indem ich nun von dieſer Function bey Berechnung der Senkung eines Brückenbogens Anwendung mache, ſetze ich voraus, daß der Bogen in ſeinen Schifftungen ſo ſtabil conſtituiret ſey, daß er als ein continuirlicher Balken angeſehen werden kann.

Ich gehe ferner von dem Erfahrungs-Satz aus, daß unſer Probe-Balken von 58 Fuß, in 12 Zoll Vierung, ſich um $\frac{1}{2}$ Zoll in ſeiner Mitte ſenke, wenn er horizontal auf ſeinen Unterlagern lieget, ſo daß alſo für ihn $m = \frac{1}{2}$ Zoll iſt; auch iſt für ihn $h = 12$ Zoll; $l = 58$ Fuße.

Nun ſey ferner ein Bogen B von 3 Lagen 14zolliger Balken gegeben, deſſen Weite 159 Fuß, und Höhe 12 Fuß, und deſſen Stabilität 15,566mal größer, als des Probe-Balkens iſt.

Für dieſen Bogen iſt alſo $H = 14$ Zoll; $L = 159$ Fuß; $T = 15{,}566$; es iſt alſo

$$\frac{1}{2} : u = \frac{58^3}{12^4} : \frac{3.159^3}{14^4.\,15{,}566}; \text{ oder}$$

$$u = 1{,}0716 \text{ Zolle} = 12{,}8 \text{ zwölftheilige Linien.}$$

Um ſo viel würde alſo dieſer freye Bogen einzig durch ſeine Gravitation ſich ſetzen, oder in ſeiner Mitte ſich ſenken.

Senkung eines Bogens, wenn ihn eine äußere Laſt in ſeinem Scheitel drücket.

II. Drücket eine Laſt den Bogen in ſeinem Scheitel, ſo ſtrebet ſie ihn allda flächer zu drücken, während der Bogen durch die Stabilität ſeines gebogenen Zuſtandes ihr widerſtehet, und durch dieſelbe ſich in ſeiner Form zu erhalten ſtrebet: es kann ihn die Laſt nicht afficiren, oder ihn gar nicht biegen, wenn er ihr ſtärker widerſtehet, als ſie auf ihn wirken kann; ſie bieget ihn hingegen um ſo ſtärker, je mehr ſie ſeinen Widerſtand überwuchtet.

Je

Je größer daher die Stabilität des Bogens iſt, um ſo weniger kann ihn die nemliche Laſt in ſeinem Scheitel biegen; das iſt: es wird ſich ſeine Biegung für eine gegebene Laſt verkehrt, wie die Stabilität des Bogens, verhalten.

Bey der nemlichen Stabilität wird ferner der Bogen durch eine größere Laſt ſtärker, als durch eine geringere, gebogen werden; oder ſeine Biegung wird eine Function der auf ihn drückenden Laſt ſeyn.

Dieſe Function aber iſt nach den in §. 2. I. angeſtellten Combinationen logiſtiſch; und der Bogen bieget ſich nach derſelben unter der 3fachen Laſt 5mal mehr, als unter der einfachen. Da aber dieſe Fälle ſelten Statt finden, ſo begnüge ich mich hier indeſſen, die Biegung der Laſt ſelbſt proportional zu ſetzen.

Nun weiß man aber nach dem in §. 6. b. angeführten, daß der Probe-Balken von 58 Fuß in 12 Zoll Vierung, in ſeinem grünen Zuſtande, wenn er auf 44 Zolle, nach einem Halbmeſſer von 115 Fußen geſpannt iſt, unter einer Laſt von 32 und von 96 Centnern ſich um einen Zoll, und um 5 Zoll in ſeinen Scheitel ſenket; und daß in dieſem Zuſtande ſeine Tragbarkeit 18mal größer als ſeine natürliche ſeye.

Würde ein Bogen aus lauter ſolchen Probe-Balken aufgeſetzt, deren jeder nach einem Halbmeſſer von 115 Fußen gekrümmet iſt, ſo verhält ſich ferner, nach §. 7. a., die Tragbarkeit des Probe-Balkens zur Tragbarkeit dieſes Normal-Bogens, wie 18 : 10,528.

Wenn daher die Laſt von 96 Centnern auf den Scheitel dieſes Bogens gelegt würde, ſo würde ſie ihn um mehr als um 5 Zolle, oder um (α) Zolle biegen, und es würde nach dem vorhin aufgeſtellten Satz ſeyn

$$\frac{1}{18} : \frac{1}{10,528} = 5 : \alpha; \text{ oder } \alpha = 8\tfrac{1}{2} \text{ Zolle.}$$

Die 96 Centner würden alſo den Normal-Bogen um $8\frac{1}{2}$, und 32 Centner würden ihn um $\frac{1}{5} \cdot 8\frac{1}{2}$ oder 1,7 Zolle biegen.

Verhält ſich nun die Tragbarkeit des Normal-Bogens zu der Tragbarkeit eines andern B, wie 10,528 : Q; ſo wird ſich dieſer Bogen, unter der Laſt von 32 Centnern, um β Zolle biegen; und es wird ſeyn

$$1{,}7 : \beta = \frac{1}{10{,}528} : \frac{1}{Q};$$

Drücket den Bogen B eine Laſt von 48 Centnern, ſo wird er ſich um γ. Zolle unter derſelben ſetzen; und es wird nach dem vorhin aufgeſtellten Satz auch ſeyn

$$\beta : \gamma = 32 : 48.$$

es iſt daher auch

$$1{,}7 : \gamma = \frac{32}{10{,}528} : \frac{48}{Q}.$$

b. Für den Bogen B in §. 7., der bey einer Balken-Stärke von 14 Zollen aus 3 Balken- oder Curven-Lagern beſtehet, iſt Q = 15,5661; mithin wäre ſeine Senkung γ = 1,724 Zolle; das iſt: eine Laſt von 48 Centnern würde dieſen Bogen in ſeiner Mitte höchſtens um 1,724 Zolle flächer drücken.

Hätte nun die Brücke 3 ſolche Bögen, ſo würde eine Laſt von 144 Centnern auf ihrem Scheitel ſie höchſtens um 1,724 Zolle ſenken.

Es ſey nun im Allgemeinen die Tragbarkeit eines Bogens = T, von welchem man weiß, daß er ſich unter einer Laſt von m Centnern in ſeinem Scheitel um α Zolle ſetzet.

Auch ſey die Tragbarkeit eines andern Bogens = Q; und dieſer Bogen ſetze ſich unter einer in ſeinen Scheitel drückenden Laſt von (n) Centnern um β Zolle; ſo iſt nach den bisherigen Betrachtungen

$$\alpha : \beta = \frac{m}{T} : \frac{n}{Q}.$$

d. Um die Biegungen der Bögen noch genauer in Anwendung des hier eintrettenden logiſtiſchen Geſetzes (a) zu berechnen, habe ich dieſelbe für den aufgeſtellten Normal-Bogen in folgender Tabelle zuſammengeſtellt.

Laſt.	Biegung.	Laſt.	Biegung.
1600 Pf.	1,1373 Zoll	6400	3,8113
2400	1,3804	7200	4,6483
3200	1,7000	8000	5,6843
4000	2,0783	8800	7,0131
4800	2,5421	9600	8,5000
5600	3,1093		

Dieſe Tabelle iſt für den Normal-Bogen gültig, der in einer Höhe von 12 Fußen, und 102,26 Fuß Weite, eine Balken-Stärke von 12 Zoll hat; und als ſolcher in ſeinem grünen Zuſtande der tragbarſte in ſeiner Conſtruction iſt. Ich habe in derſelben die Laſten nach der Differenz von 8 Centnern ſteigen laſſen, wornach man leicht die dazwiſchen hineinfallende interpoliren kann. Uebrigens gründen ſich die Reſultate für die Biegungen auf folgendes Princip.

Da der Bogen unter der Laſt von 3200 um 1,7 Zolle, und unter der Laſt von 9600 Pfunden ſich um 8,5 Zolle ſetzet, und das Biegungs-Geſetz logiſtiſch iſt, ſo ſetze man in Fig. (1.) die Abſciſſe $OA = 3200$, und $OD = 9600$; und die ihnen entſprechende Ordinaten $AE = a = 1,7$ Zolle; $DH = c = 8,5$ Zolle; ſo iſt in der Formel §. 2. a., $b = 9600 - 3200 = 6400$.

Setzt man nun $nb = AC = q$; und $GC = \mathfrak{z}$; ſo iſt auch

$$\mathfrak{z} = a\left(\frac{c}{a}\right)^n = 1{,}7 \cdot 5^{\frac{q}{6400}},$$

in welchem Ausdruck man in den Buchſtaben q nach und nach alle hier einſchlagende Laſten ſubſtituiren kann.

Wäre z. E. die Laſt, welche den Bogen drückt, 10800 Pfunde; ſo iſt hier $q = 10800 - 3200 = 7600$; alſo

$$\mathfrak{z} = 1{,}7 \cdot 5^{\frac{7600}{5400}}; \text{ oder } \log \mathfrak{z} = \log 1{,}7 + \tfrac{12}{8} \cdot \log 5;$$

mithin $\mathfrak{z} = 12{,}7103$. Zolle.

Für Laſten, die kleiner als 3200 ſind, kann man nach dem logiſtiſchen Geſetz leicht die ihnen entſprechende Biegungen finden.

Sollte man z. E. für eine Laſt von 800 Pfunden die Biegung finden, ſo weiß man aus der Tabelle die Biegung für 2400 und für 1600, nemlich 1,3804; und 1,1373; man ſetzt daher

$$1{,}3804 : 1{,}1373 = 1{,}1373 : 0{,}91.$$

Die Biegung wäre alſo 0,91 Zolle.

Wenn man daher in Anwendung des logiſtiſchen Biegungs-Geſetzes, die Biegung eines Brückenbogens berechnen will, welche derſelbe durch eine gegebene Laſt in ſeinem Scheitel leidet, ſo berechnet man zunächſt die Biegung des Normal-Bogens für die nemliche Laſt; und proportioniret nun die Biegung des gegebenen Bogens, nach den Stabilitäten beyder.

Man wolle z. E. wiſſen, um wie viel ſich der Bogen B in ſeiner Mitte ſenket, wenn ihn eine Laſt von 4800 Pfunden allda drücket; ſo erſiehet man aus der Tabelle, daß ſich der Normal-Bogen unter dieſer Laſt um 2,5421. Zolle biegen würde; nun iſt aber die Stabilität

des

des Normal-Bogens 10,528; und des B Bogens 15,5661 nach (b). Setzet man daher die Biegung des Bogens $= \beta$; ſo iſt

$$2{,}5421 : \beta = \frac{1}{10{,}528} : \frac{1}{15{,}566} : 1{,}719 \text{ Zollen};$$

Statt deſſen vorhin $\beta = 1{,}724$ gefunden wurde.

Das Setzen einer hölzernen Bogen-Brücke im Ganzen.

III. Auf die Stelle D des Bogens Fig. (2.) drücke nun eine Laſt Z nach der Loth-Linie HU; und die Linie DU ſtelle den ſenkrechten Druck der Laſt Z auf eine Ebene vor, oder es ſey DU = Z. Ziehet man tt ſenkrecht auf den Halbmeſſer DC, ſo iſt tt die Tangente des Bogens für ſeine Stelle D, welche um den Winkel ACD $= \psi$ von ſeinem Scheitel abſtehet.

Unter dieſen Umſtänden ſtrebt nun die Laſt in D mit einer Kraft von dem Bogen abzugleiten, die ſich durch die Linie UR ausdrücket, während ſie den Bogen ſelbſt in der Größe DR drücket; und es iſt in dem rechtwinklichten Dreyeck DUR

$1 : DU = \text{Sin}\, DUR : DR$; oder $DR = Z \,.\, \text{Cos}\, \psi$.

Drückte die Laſt den Bogen in ſeinem Scheitel ſelbſt, ſo iſt für ſie $\psi = 0$; und die Laſt wirket auf den Bogen in ihrer ganzen Größe; und drücket jeden ſeiner Schenkel mit ihrer Hälfte.

Ruhet ferner die Laſt Z in der Stelle bey D auf einer Schwelle, welche horizontal in den Bogen eingelaſſen iſt, ſo iſt auch ihr Druck ſenkrecht auf den Bogen; und die Laſt drücket allda den Bogen in ihrer ganzen Größe.

Da ferner die Laſt in D von dem Ruhepunct P des Schenkels ADP um PD' ſenkrecht abſtehet, ſo iſt ihr Moment gleich PD'.Z; ſie ſtrebet den Bogen um ſo mehr

 nieder

nieder zu drücken, je größer ſie, und größer ihr nächſter Abſtand von ſeinem Ruhepunct iſt.

Dieſer Fall tritt nun immer bey jeder hölzernen Bogen-Brücke KHR in Fig. (4.) ein! Es ſind ihre Schwellen, auf welchen der Fahrgang ruhet, ſämmtlich horizontal in ihre Seiten-Bögen eingeplättet, mithin ihr Druck auf die Bögen der Brücke immer ſenkrecht.

Es ſey nun die Länge des Fahrganges der Brücke $=$ U; ſeine Laſt mit dem Geländerwerk $=$ P; und die Brücke überhaupt in (m) Schwellfelder abgetheilt.

Bey dieſer Eintheilung der Brücke vertheilet ſich alſo die Laſt ihres Fahrganges mit Zubehör einmal in die $(m-1)$ Hauptſchwellen, und in die 2 Querſchwellen der Stützſäulen an den Widerlagern; oder jene Laſt vertheilet ſich auf $(m+1)$ Puncte ebenmäßig; und es trift auf einen Punct die Laſt $\frac{P}{m+1}$. Stellen nun die Puncte G „ U „ D „ N „ H „ K „ Z „ U „ N die Schwellen vor, ſo werden ſämmtliche Bögen in der Verticalebene durch dieſe Puncte, durch eine Laſt $\frac{P}{m+1}$. ſenkrecht gedrückt.

Zu dieſem Druck kommt ferner noch die eigene Laſt der Schwellen, und deſſen, was mit ihnen verbunden iſt; z. E. die Windruthen und Schrauben, welche durch die Bögen und Schwellen durch den Fahrgang gehen, und das Ganze feſte halten.

Bezeichnen nun die Buchſtaben A „ B „ C ... die eigene Laſt mit Zubehör der I „ II „ III ... Schwelle in P „ E „ N ... mit dem Druck von oben herunter, ſo iſt der Druck derſelben auf die Bögen der Brücke $A+B+C$; und es vertheilet ſich der Druck der mittlern Schwelle in H auf beyde Seiten der Brücke; kann alſo für die eine Seite nur zur Hälfte angeſetzt werden.

Dieſer Druck der Schwellen äußert aber nach ihrem relativen Ort auf den Bogen ſehr verſchiedene Wirkung; es

es ſtrebet die Schwelle N den Bogen ihres Orts um ſo ſtärker zu biegen, je größer ihr ſenkrechter Druck an und für ſich iſt, und je weiter ſie von ſeinem Ruhepunct in A ſenkrecht abſtehet, oder je größer der Abſtand An iſt; ihre Wirkung verhält ſich wie ihr Moment An . A; und eben ſo verhält ſichs auch mit den übrigen Schwellen.

Können nun ſämmtliche Brücken-Bögen durch die mittlern Schwellen niedergedrückt oder flächer gedrückt werden, ſo ſchieben ſie ihre Enden an die Widerlager um ſo ſtärker an, je flächer ſie in der Mitte werden könnten; halten nun dieſe ohne nachzugeben den Druck aus, ſo wölbet ſich jeder Bogenſchenkel auf ſeiner gegen das Widerlager gekehrten Seite um ſo ſtärker auf, je flächer ihre vordere Seite gedrückt wird; es erhält jeder derſelben in der Mitte E und Z ſeine größte Biegung; es heben ſich unter dieſen Umſtänden die Mittelpuncte E und Z der Bogenſchenkel, und mit ihnen auf die Schenkel von E nach B, und von Z nach N gleichzeitig; es heben ſich mit ihnen auch die Schwellen, welche den Fahrgang über ihnen tragen; es hebt ſich alſo der Fahrgang von D nach G, und von L nach R, während er zwiſchen D und L ſich ſenket; es gewinnt der horizontale Fahrgang dadurch eine concave Form, und der zuvor erhabene ſetzet ſich im Ganzen flächer; es ſenket ſich der Fahrgang oder die Brücke, in ihrer Mitte um ſo viel, als die Scheitel ihrer ſämmtlichen Bögen durch ſie niedergedrückt werden können.

Dieſes Setzen nun, nach ſtatiſchen Principien zu berechnen, ſubſtituire ich für die Brücke eine Laſt X, welche im Scheitel oder im Creuz der Brücke ihre Bögen eben ſo ſtark als der Fahrgang mit den Schwellen und Zubehör, bey ihrer Vertheilung über den Bögen, niederdrücket; ſetze alſo das Moment dieſer Laſt, der Summe der Momente ſämmtlicher Schwellen der Bögen gleich.

Coburger Landes-Bücherei

Es bezeichne nun a „ b „ c .. den nächſten Abſtand der I „ II „ III .. Schwelle von dem Ruhepunct der Brücke; U den Druck der Schwelle im Scheitel der Brücke, und t den ſenkrechten Abſtand des Scheitels vom Ruhepunct; ſo wird ſeyn

$$\tfrac{1}{2}\, tX = Aa + Bb + Cc + \ldots \tfrac{1}{2}\, tU; \text{ alſo}$$

$$X = 2\left[\frac{Aa + Bb + Cc \ldots \tfrac{1}{2}\, tU}{t}\right].$$

Hat nun die Brücke (n) Curven, ſo vertheilet ſich die Laſt unter dieſelbe ebenmäßig; und es trift deswegen auf eine in die andere die Laſt $\frac{X}{n}$.

Senket ſich nun der Normal-Bogen (II.) unter einer Laſt von m. Centnern um α. Zolle; ſo wird ſich auch die Brücke unter der Laſt $\frac{X}{n}$ um β. Zolle ſetzen; oder es wird ſeyn, nach (II.)

$$\alpha : \beta = \frac{m}{T} : \frac{X}{n \,.\, Q}.$$

Je größer daher die Laſt X für den Bogen ausfällt, und je geringer, nach (II.), ſeine Tragbarkeit iſt, um ſo ſtärker wird ſich der Bogen in ſeiner Mitte ſetzen, und um ſo ſtärker wird er ſich eben deswegen in ſeinen Seiten ausbiegen, oder ſich deformiren.

Zu dieſer Senkung des Bogens kommt noch ſeine Senkung durch ſeine eigene Gravitation, neben dem, was ſich der Bogen noch nach ſeiner techniſchen Conſtruction ſtärker ſetzet, als er ſich durch ſeine Gravitation, und durch ſeine Belaſtung ſenken ſollte.

Dieß techniſche Setzen iſt bey der nemlichen Conſtruction des Bogens immer um ſo größer, je größer die Laſt iſt, welche der Bogen träget.

Denn ſeine Schifftungen geben um ſo mehr nach, je ſtärker der Bogen in ſeiner Mitte, und in ſeinen Schen-

keln

keln gebogen wird; und die Falzen der Querſchwellen drücken ſich um ſo enger zuſammen.

a. Um nun die bisher über das Setzen der Brücken-Bögen aufgeſtellte Anſicht mit der Erfahrung zuſammenzuſtellen, gehe ich zunächſt von einem im Großen von Hrn. von Wiebeking mit der Brücke zu Neu-Oetting angeſtellten Verſuch aus, welchen derſelbe S. 20. der Brückenbau-Kunde anführet.

Die Brücke zu Neu-Oetting hat nemlich fünf Oeffnungen, jede zu 107 Fuß Weite, und 7½ Fuß Höhe, bey einer Breite von 26 Fußen, und einem Krümmungs-Halbmeſſer von 207,94 Fußen, in einer Balkenſtärke von 14 Zollen.

Es hat dabey jeder Seiten-Bogen 3 über einander liegende Curven, und iſt durch 5 Verbindungsſchwellen in 6 Felder abgetheilt, deren jedes mit ſeinen Windruthen verſehen iſt; es iſt alſo jedes Feld 18 Fuße weit und 26 Fuße breit; zwiſchen jedem ſpannet eine eiſerne Schraube die Curven feſte, und es gehen noch außerdem ſolche Schrauben auch durch die Bögen und ihre in ſie eingeſenkte Verbindungsſchwellen durch die aufliegende Straßenbäume, und durch die Geländer-Säulen.

Als nun die Seiten-Bögen der fünf Oeffnungen dieſer Brücke auf den Widerlagern und Jochen aufgeſetzt, und in ſie die Verbindungsſchwellen und Windruthen eingezogen waren, mithin die ganze Brücke ohne Fahrgang noch offen ſtunde, ſetzte ſich der Iſte und IIte Bogen um 9 Linien, der IIIte und IVte Bogen aber um 4 Linien, und der Vte um 6 Linien in ſeinem Scheitel, durch ſeine Gravitation, durch die Laſt der Schwellen, Windruthen und Schrauben, und nach dem, was er ſich nach ſeiner techniſchen Conſtruction ſetzen mochte. Das adäquirte Setzen aller 5 Bögen wäre alſo $6\frac{2}{5}$ Linien.

Nun iſt aber einmal für jeden dieſer Bögen der Inhalt einer Schwelle in die andere, bey einer Länge von 26 Fußen und 12 Zoll Vierung = 26 Cub. Fuße; und der Inhalt der Windruthen eines Feldes, bey 30 Fuß Länge und 10 Zoll Vierung, 40 Cub. Fuße.

Auch iſt, nach der Angabe des Hrn. v. Wiebeking, ein Cub. Fuß in den andern zu 18 Pfunden zu erachten, weil die Hölzer ſehr ausgetrocknet waren; und es iſt mithin die Laſt einer Schwelle 468 und der Windruthen eines Feldes 720 Pfunde.

Nun befinden ſich aber bey ſolchen Brücken immer 2 Schwellen in der nemlichen Vertical-Ebene, deren die eine in die obere, die andere aber in die untere Seite der Curven eingeplättet iſt.

Auch ſind mit den obern Schwellen immer die Windruthen in Verbindung; und da die Laſt derſelben immer von 2 Schwellen ihres Feldes getragen wird, ſo haben deswegen die Bögen der Brücke, in der Vertical-Ebene durch die Schwellen, jedesmal einen Druck von 936+720 oder 1656 Pfunden auszuhalten; wobey aber der Druck der mittlern Schwellen ſich auf beyde Seiten der Brücke vertheilet.

Für die Oeffnung dieſer Brücke iſt daher $A = B = C = U = 1656$; $a = 18$; $b = 2 . 18$; $u = 3 . 18 = 54$ Fuße; mithin

$$X = 2 . \left[\frac{1656 . 18 + 1656 . 36 + 858 . 54}{54}\right] = 4968;$$

oder die freyen Bogen dieſer Brücke werden durch die in ſie eingeplätteten Schwellen, mit Zubehör, eben ſo ſtark gedrückt, als wenn in ihrem Scheitel eine Laſt von 4968 Pfunden aufläge.

Da nun die Brücke 2 Bögen hat, ſo vertheilet ſich dieſe Laſt auf jeden zur Hälfte mit 2484 Pfunden.

Es

Es verhält ſich ferner, nach §. 7., die Tragbarkeit des Normal-Bogens zu der Tragbarkeit jedes Seiten-Bogens dieſer Brücke, wie 10,528 : 29,796. Setzet ſich nun jener in ſeinem grünen Zuſtand durch eine Laſt von 3200 Pfunden in ſeinem Scheitel um 1,7 Zolle, nach (II.); ſo ſetzet ſich jeder Seiten-Bogen der Brücke in gleichem Zuſtande, unter einer Laſt von 1056 Pfunden um γ Zolle; und es iſt nach (II.)

$$1{,}7 : \gamma = \frac{3200}{10{,}528} : \frac{1056}{29{,}796};$$

alſo $\gamma = 0{,}466$ oder 5,59 Linien; wofür ich aber nur die Hälfte mit 2,78 anſetze; weil, wie ich in der Folge zeigen werde, die Biegſamkeit des trocknen Holzes nicht einmal halb ſo groß als des grünen, bey ſonſt gleichen Umſtänden iſt.

Zu dieſer Senkung des Bogens durch die Laſt ſeiner Schwellen und Windruthen, kommt nun noch ſeine eigene Senkung, durch die Gravitation ſeiner Subſtanz ſelbſt; rückſichtlich welcher zuvörderſt der Werth von (ω) in der Formel (I.) auszumitteln iſt.

Nun iſt aber einmal der Bogen ſpecifiſch leichter als der Probe-Balken von 58 Fußen, der hier zum Grunde liegt, weil jener grün, ſtatt deſſen, nach S. 17., bey der Brücke das Holz ſehr ausgetrocknet war. Man kann daher bey jenem den Cubic-Fuß zu 26, bey dieſer aber zu 18 Pfund anſetzen; und es wird von dieſer Seite das Verhältniß des ſpecifiſchen Gewichts des Probe-Balkens, und der Curven der Brücke, wie $1 : \frac{18}{26}$.

Es hat ferner jede Curve dieſer Brücke eine Länge von 109 Fußen, und jeder ihrer Seitenbögen eine Höhe von 3,14 Zolle, bey einer Breite von 14 Zolle; und es iſt daher der cubiſche Inhalt eines Seitenbogens in dem andern 445 Cub. Fuße; mithin ſeine Laſt an und für ſich $445 \cdot 18 = 8010$ Pfunde.

Auch

Auch gehen durch den Bogen zwiſchen jedem ſeiner Felder eiſerne Schrauben hindurch, durch welche der Bogen in ſeinen Curven zuſammengeſpannt wird, deren Gewicht 20 Pfund beträgt; ihre ſämmtliche Laſt macht daher 120 Pfunde. Die Schrauben, welche durch die Geſchwelle der Felder, durch den Fahrgang und die Geländer-Säulen gehen, können hier nicht gerechnet werden, weil ſie noch nicht eingezogen waren.

Da nun dieſe Schrauben mit dem Bogen innigſt connex ſind, ſo kann man deswegen den Bogen in dem Verhältniß $1 : \frac{8130}{8010}$ für ſpecifiſch ſchwerer annehmen; und es wird deswegen nach dieſen beyden Anſichten der Werth von $\omega = \frac{18}{26} \cdot \frac{8130}{8010} = \frac{271}{386} = 0{,}7$ beynahe.

Setzt man nun in der Formel (I.) den Werth von $T' = 29{,}796$; $H = 14$ Zolle; $L = 107$ Fuße; $m = \frac{1}{2}$ Zoll; $q = 3$; $\omega = 0{,}7$; ſo ergibt ſich die Senkung

$$u = 0{,}1593 \text{ Zoll} = 1{,}9116 \text{ Linien.}$$

Zählet man dieſe Senkung zu der vorigen, ſo iſt die Summe beyder 4,69 Linien; und um ſo viel würde alſo jeder der Seitenbögen der Brücke, durch ſeine Gravitation, und durch die Laſt ſeiner Schwellen und Windruthen ſich in ſeinem Scheitel ſetzen; wenn die Curven der Bögen einerley Biegſamkeit mit dem Probe-Balken hätten.

Wirklich wurde auch dieſelbe bey dem IIIten und IVten Bogen dieſer Brücke nur zu 4 Linien gemeſſen. Da nun die Senkung der übrigen Bögen 9 Linien und 6 Linien war, ſo läßt ſich daraus folgern, daß die Senkung, in ſo weit ſie von dem Techniſchen der Brücke abhängt, über nochmal ſo groß ausfallen könne, als ſie nach ſtatiſchen Geſetzen ſeyn ſollte.

Uebrigens bewähret ſich aus dem nahen Zuſammentreffen der Reſultate der Berechnung der Senkung mit der

der gemeſſenen, die Richtigkeit der bisher aufgeſtellten Principien und genommenen Anſichten.

b. Um die Berechnung der ſtatiſchen Senkung auch für eine vollſtändige Brücke zu führen, lege ich ferner die Freyſinger Brücke dabey zum Grunde.

Die Freyſinger Brücke über die Iſar beſtehet aber aus zwey Oeffnungen, deren jede eine Weite von 159 Fußen, und 12 Fußen Höhe hat, bey einem Halbmeſſer von 296,35 Fußen. Die Breite der Brücke war 26 Fuße; ihre Bögen conſtituiren ſich aus 3 Curvenlagen von Fichtenholz in 14 Zoll ausgeglichter Stärke; deren jeder in 4 Schwellfelder abgetheilt iſt, welche der Mittelbogen biſectiret.

Zwiſchen die Halbſcheiden dieſer Felder ſind auf der obern Seite die Windruthen eingeſetzt, welche auf Stützklötzen ruhen, und ſich mit ihrem einen Ende an die Seitenbögen, mit dem andern aber an den Mittelbogen, über den Verbindungs-Schwellen ſtemmen.

Auf der untern Seite ſind ferner nur in den beyden mittlern Schwellfeldern ebenfalls Windruthen eingeſetzt, um die Brücke um ſo mehr gegen den Sturm zu ſichern, §. 11., die übrigen Felder entbehren dieſer untern Windruthen; und es hat ſtatt deren das nächſte an das Joch- und Widerlager ſtoſſende Feld die Zugſtreben und Creuzſtreben, welche ſich ſämmtlich an das Joch- und Widerlager auf der einen, und auf der andern Seite an die Schwellen des erſten und andern Feldes ſtemmen.

Nach dieſer Anlage der Brücke ruhet alſo die Laſt ihres ganzen Fahrganges auf ihren 7 Schwellhölzern, und auf den Querhölzern der Stützſchwellen des Widerlagers und des Joches, die ſämmtlich gleichen Abſtand unter einander haben; es trägt daher auch jedes $\frac{1}{7+2}$ oder $\frac{1}{9}$ der aufliegenden Laſt.

Dieſe

Dieſe Laſt des Fahrganges der Brücke aber ſummiret ſich aus der Laſt ſeiner Straßenbäume, ſeiner Bohlen, Beſchüttung und dem Geländerwerk.

Es haben dabey die 7 Straßenbäume in einer Länge von 162 Fuß 15 Zolle Vierung, und enthalten deswegen 1700 Cub. Fuße. Es iſt ferner der cubiſche Inhalt der Bedeckung an 6 zolligen Dielen 162.27. $\frac{1}{2}$ = 2187 Cub. Fuße.

Ferner enthalten die Streichhölzer, und überhaupt das Geländerwerk der Brücke 360 Cub. Fuße; mithin das ganze Obere der Brücke 4247 Cub. Fuße.

Rechnet man nun im Mittel einen Cubic-Fuß in den andern zu 20 Pfunden, ſo iſt die Laſt ihres Fahrganges mit Zubehör 84942 Pfund, welche in 9 Theile getheilt, für einen Theil 9438 Pfunde auswerfen; und es drücket deswegen auch auf eine Schwelle der Brücke in die andere, eine Laſt von 9438 Pfunden.

Da ferner eine Schwelle in die andere in 26 Fuß Länge eine Stärke von 14 Zollen Vierung hat, ſo iſt ihr Inhalt 35 Cub. Fuß, und ihre Laſt 700 Pfunde. Auch iſt die Länge einer Windruthe 23 Fuß in 12 Zoll Stärke; mithin der Inhalt der Windruthen in der Halbſcheid jedes Feldes 46 Cub. Fuße, und ihre Laſt 920 Pfunde. Auch iſt die Weite eines Feldes in das andere 20 Fuße von der Mitte einer Schwelle zur andern; und die Schrauben, welche durch die Curven, durch ſämmtliche Querhölzer, durch die Straßenbäume und Geländer-Säulen gehen, wiegen auf einen Fuß Länge, 7 Pfund.

Nach der Conſtruction der Brücke, und insbeſondere der Laſt ihres Fahrganges mit Zubehör, drückt alſo auf die Verticalebene durch die Verbindungs-Schwellen in H „ N „ C „ M Fig. 4. eine Laſt von 9438 Pfunden ſenkrecht nieder, wobey noch angenommen iſt, daß die Brücke nicht bekieſet iſt. Es hat ferner das erſte Schwellfeld

der

der Brücke in H und N auf ihrer obern und untern Seite eine Verbindungs-Schwelle, deren Laſt 1400 Pfund iſt.

Außerdem drücket die obere und untere Verbindungs-Schwelle in H noch die Laſt der in dieſem Feld und in dem anſtoſſenden zur Rechten eingeſetzten doppelten Windruthen mit 4.90 = 3680 Pfund; wozu noch das Gewicht der eiſernen durch die Curven, die Schwellen, durch die Straßenbäume, und Geländer-Säulen gehenden Schrauben mit 2.80 oder 160 Pfund kommt.

Im Ganzen genommen, werden alſo die 3 Bögen der Brücke in ihrem Scheitel H durch eine Laſt von 14478 Pfunden gedrückt, welches auf einen in den andern 4826 Pfunde ausmacht; wovon ich hier die Hälfte mit 2413 indeſſen anſetze, weil dieſer Druck ſich auf die 2 Arme jedes Bogens vertheilt.

In der Stelle bey N oder 20 Fuße von H ſind ferner wieder 2 Verbindungs-Schwellen angebracht, deren Laſt 1400 Pfund iſt. Dieſe tragen ferner die halbe Laſt der 2 Windruthen des erſten Feldes mit 1820 Pfunden, und außerdem die halbe Laſt der 2 Windruthen des Feldes DN mit 920 Pfunden.

Da nun der Druck von oben 9438 Pfunde iſt, ſo drückt deswegen mit Inbegriff der Schrauben, eine Laſt von 12358 Pfund die 3 Bögen der Brücke, in ihrer Verticalebene durch N; mithin auf einen Seitenbogen in den andern 4119 Pfunde.

Weil ferner der Abſtand DE des Fahrganges von den Seitenbögen mit der Entfernung der Schwellen vom Scheitel immer größer wird, ſo ſind in der Stelle bey E des andern Feldes, 3 Schwellen eingezogen, deren Laſt 2100 Pfunde iſt.

Dieſe tragen die halbe Laſt der 2 Windruthen des Feldes DN und UD mit 1820 Pfunden; und es liegt außerdem der Seitenbogen FE von 53 Fuß in 16 Zoll Stär-

Stärke auf jeder Seite der Schwellen in E auf, und drücken dieſelbe beyläufig mit $\frac{1}{4}$ ihres Gewichts, oder mit 1880 Pfunden, weil er außerdem auch noch an das Geſchwell in P mit Schrauben angehängt iſt.

Hiezu kommt noch die Laſt der Zugſtreben, welche ſich an die Schwelle in E von der einen, und von der andern Seite an das Widerlager ſtemmen. Dieſe Streben ſind 40 Fuß lang bey 12 Zoll Vierung; enthalten alſo 160 Cubic-Fuße oder 3200 Pfunde; von welchen die Schwelle in E beyläufig $\frac{1}{4}$ oder 800 Pfund trägt, weil die Streben auch an der Schwelle bey P angehängt ſind.

Es iſt ſonach der verticale Druck auf die Stelle E des Bogens in Summa 15258 Pfunde; mithin auf einen in den andern 5086 Pfunde.

Letztlich befinden ſich in der Verticalebene durch die Stelle P der Bögen 4 Schwellen zu 2800 Pfunden; dieſe tragen auf jeder Seite die Laſt der Windruthen mit 1820 Pfunden; ferner $\frac{1}{4}$ der Laſt des Balkens FE und der Creuzſtreben, die durch Schrauben mit ihnen verbunden ſind. Es iſt mithin der Druck in der Ebene durch P 15950, alſo auch der Druck auf einen Bogen in den andern 5316 Pfunde.

Für dieſe Brücke iſt alſo der Werth von $A = 5316$; $B = 5086$; $C = 4119$; $U = 4826$ Pfund; ferner iſt $a = 20$; $b = 40$; $c = 60$; $u = 80$ Fuße; alſo

$$X = 2\left[\frac{20.5316 + 40.5086 + 60.4119 + 80.2413}{80}\right] = 18748 \text{ Pf.}$$

Bey dieſer Brücke wird alſo jeder ihrer Bögen, in der Verticale durch die Schwellen, eben ſo ſtark gedrückt, als wenn er als freyer durch eine Laſt von 18748 Pfunden in ſeinem Scheitel gedrückt würde.

Nun verhält ſich ferner die Tragbarkeit des Normal-Bogens zu der Tragbarkeit jedes Seiten-Bogens der Brücke

Brücke, wie 10,528 : 15,566; auch ſetzet ſich der Normal-Bogen in ſeinem grünen Zuſtande nach (III.) unter einer Laſt von 96 Centnern um $8\frac{1}{2}$ Zolle; es iſt daher in (II.)

$$8\tfrac{1}{2} : \gamma = \frac{9600}{10{,}528} : \frac{18.748}{15{,}566}; \text{ alſo } \gamma = 11{,}2 \text{ Zolle.}$$

Die Brücke würde alſo einzig durch die auf ihre Bögen drückende Laſt ſich um 11,2 Zolle ſtatiſch ſenken, wenn ihre Bögen noch die Feuchte ihres grünen Zuſtandes hätten.

c. Hiezu kommt noch das Setzen der Bögen ſelbſt, durch ihre Gravitation, rückſichtlich deſſen zuvörderſt der Werth von ω in der Formel (I.) gefunden werden muß.

Da nemlich die Länge jedes Seitenbogens 162 Fuße, ſeine Höhe $3\frac{1}{2}$ Fuß, und ſeine Stärke 14 Zolle iſt; ſo iſt ſein cubiſcher Inhalt 662 Cubic-Fuße, und ſeine Laſt 13230 Pfunde.

Nun werden aber außer den Schrauben, welche durch die Schwellen und durch den Fahrgang der Brücke gehen, ihre Curven noch durch 7 Schrauben zuſammengezogen, deren Gewicht ſich auf 2100 Pfund belaufen mag; welche deswegen als mit ſeiner Subſtanz connex angeſehen werden können. Es verhält ſich daher auch das ſpecifiſche Gewicht des Probe-Balkens zu dem ſpecifiſchen Gewicht des Bogens, wie $1 : \frac{15330}{13230}$; und da außerdem das Gewicht ihrer Cubic-Fuße ſich wie 26 : 20 oder beynahe wie $1 : \frac{4}{5}$ verhält, ſo iſt deswegen auch in der Formel (I.) der Werth von $\omega = \frac{4}{5} \cdot \frac{511}{441} = 0{,}926$; mithin iſt nach (I.) die Senkung des Bogens durch ſeine Gravitation, oder der Werth von

$$u = 0{,}9924 \text{. Zolle.}$$

Es beträgt mithin die ſtatiſche Senkung dieſer Brücke in Summa 12,1924 Zolle, wenn ihre Bögen noch grün und bey ihr keine Vorrichtungen angebracht wären, welche die Senkung verminderten.

Es iſt aber bekanntlich, der Erfahrung zufolge, das grüne Holz biegſamer, als das ausgetrocknete! Es war ferner jener Balken, welchen ich in Ermangelung mehrerer Verſuche bey dieſen Betrachtungen einzig zum Grunde legen konnte, nach S. 80. der Brückenbau-Kunde, von nicht zu trockenem Fichtenholze; er ließ ſich daher auch als ſolcher auf beynahe $\frac{1}{18}$ ſeiner Länge biegen, da er als ausgetrockneter ſich höchſtens auf $\frac{1}{32}$ ſeiner Länge hätte biegen laſſen: es iſt mithin ſeine Biegſamkeit im ausgetrockneten Zuſtande nicht einmal halb ſo groß als im feuchten Zuſtande.

Da nun die Curven dieſer Brücke mehrere Monate der Witterung ausgeſetzt waren, bis die Brücke vollendet war, ſo mochten ſie indeſſen genugſam austrocknen, und ihre Biegſamkeit daher auch höchſtens nur halb ſo groß, als im grünen Zuſtande ſeyn; mithin muſte auch das ſtatiſche Setzen der Brücke nur die Hälfte deſſen ſeyn, was ſie ſich ſetzen muſte, wenn ihre Curven die Eigenſchaft des nicht trockenen Probe-Balkens hatten; die Brücke konnte alſo nur um 6,032 Zolle ſich ſtatiſch ſetzen.

Rückſichtlich dieſes Setzens aber bemerkt Hr. von Wiebeking S. 82. der Brückenbau-Kunde, daß daſſelbe der Erfahrung zufolge auf eine Klafter der halben Oeffnung der Brücke 4 bis 10 Linien betrage, je nachdem das Verhältniß der Höhe zur Oeffnung der Brücke angelegt iſt; ja man werde am ſicherſten die Senkung ausmitteln, wenn man jene Verhältniß-Zahl mit 10 Linien multipliciret.

Dieß Verhältniß iſt aber für die Freyſinger-Brücke wie 12 : 159; es müſte alſo die Senkung $\frac{159}{12} \cdot 10$ oder 132 Linien oder 11 Zolle ſeyn.

Nehme ich nun zu mehrerer Sicherheit das Mittel zwiſchen der Biegſamkeit des trocknen und grünen Holzes an, ſo würde ſich das ſtatiſche Setzen der Freyſinger

Brük-

Brücke zu 9 Zollen ergeben; was ſich die Brücke mehr ſenken ſollte, hängt von ihrer techniſchen Conſtruction ab.

d. Nach dieſer ſtatiſchen Betrachtung über das Setzen einer hölzernen Bogen-Brücke hat alſo auf daſſelbe die Laſt der Brücke, ihre Vertheilung, und die Tragbarkeit ihrer Bögen den nächſten Einfluß!

Es ſetzet ſich eine Brücke um ſo weniger, je weniger ſie wieget, und je beſſer ihre Laſt durch die Mehrheit der Schwellfelder über den Bögen vertheilet wird.

Bezeichnet nun P die Laſt der Brücke, und m die Zahl ihrer Schwellfelder, ſo theilet ſich die Laſt immer in m+1 gleiche Theile; es verhält ſich alſo für die nemliche Tragbarkeit und Zahl ihrer Bögen die Senkung der Brücke, wie

$$\frac{P}{m+1}.$$

Bezeichnen ferner T die Tragbarkeit eines Bogens der Brücke in den andern, und (n) die Anzahl ihrer Bögen, ſo wird ſich die Brücke um ſo weniger ſenken, je größer die Tragbarkeit ihrer Bögen iſt, und je mehr ſie derſelben hat.

Es verhält ſich daher das Setzen der Brücke,

$$\text{wie } \frac{P}{m+1} \cdot \frac{V}{n.T};$$

wo ich unter dem Buchſtaben (V) den Einfluß gewiſſer techniſcher Anlagen bey der Brücke verſtehe, die ihre Stabilität conſtituiren helfen.

Das Setzen einer hölzernen Bogen-Brücke durch ihre Bekieſung.

IV. Um die Deckplanken oder Dielen der Brücke zu ſchonen, wird nach Umſtänden die Brücke mit Kies beſchüttet, oder auch gepflaſtert, oder chauſſetirt.

Man beſchüttet nemlich, wo dergleichen Brücken nicht wirklich chauſſetirt werden, dieſelbe mit dem Kies, welcher aus den Fluß-Beeten genommen wird, nachdem man die Dielen zuvor mit Pferdemiſt, oder grüner Nadelſtreu bedeckt hatte.

Es iſt dabey die Bekieſung in der Mittel-Linie durch die ganze Brücke am ſtärkſten, und nimmt in gewiſſer Wölbung nach den Enden der Dielen, oder nach den Landern zu, allmählig ab; ſie bildet dabey eine Curve, deren Halbmeſſer 8mal größer als die Breite der Brücke iſt.

Iſt nun die Breite der Brücke $= a$. Fuße, und die Wölbung $= x$; und ihr Halbmeſſer $= \varrho$; ſo iſt $x = \frac{\frac{1}{4} a^2}{2r}$ beynahe; oder $x = \frac{1}{8} \frac{a^2}{\varrho} = \frac{1}{8} \cdot \frac{a^2}{8 . a}$.

oder $x = \frac{1}{64} a$.

Man findet daher die Wölbung der Bekieſung der Brücke, wenn man $\frac{1}{64}$ ihrer Breite zu ihrer Beſchüttung am Rande addiret.

Für die Freyſinger Brücke iſt $a = 26$ Fuße, und die Beſchüttung am Rande $= 3$ Zolle; alſo die Wölbung der Bekieſung $3 + \frac{26}{64} . 12$. oder 8 Zolle beynahe.

Für dieſe Wölbung iſt daher auch der Flächen-Schnitt der Bekieſung

$$26 . \frac{3}{12} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{12} . 26. \text{ oder } 26 . (1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3}) . \frac{3}{12} = 13\frac{4}{9}$$

Quadrat-Fuße;

mithin iſt auch der cubiſche Inhalt der Beſchüttung der ganzen Brücke $160 . 13\frac{4}{9}$ oder 2151 Cub. Fuße.

Nehme ich nun wegen der Zwiſchenräume das Gewicht eines Cubic-Fußes der Bekieſung nur zu 80 Pfunden an, ſo iſt die Laſt derſelben über der ganzen Brücke 172080 Pfunde; wobey auf einen Bogen derſelben in den andern 57360 Pfunde trift.

Dieſe

Dieſe Laſt vertheilet ſich nun bey der Brücke auf ihre 7 Verbindungsſchwellen, und auf die 2 Querſchwellen der Stützſäulen an den Widerlagern; es trift alſo auf einen in den andern eine Laſt von 4780 Pfunden.

Setzt man daher in der Formel (b.) den Werth von A = 4780 = B = und C = 2390; und b = 20; c = 40; ſo iſt beynahe

$$x = 2 . \left(\frac{6374 + 20 . 6374 + 40 . 3177}{40}\right) = 130 \text{ Centner};$$

Die Bekieſung drückt alſo jeden Bogen der Brücke eben ſo ſtark in ſeiner Mitte nieder, als ihn eine Laſt von 130 Centnern in ſeinen Scheitel-Flächen drücken würde, wenn er übrigens ſonſt frey wäre.

Nehme ich nun für ausgetrocknetes Holz die Senkung der Hälfte des grünen Holzes, ſo iſt auch

$$4\tfrac{1}{4} : \gamma = \frac{96}{10{,}528} : \frac{130}{15{,}566}; \text{ oder } \gamma = 3{,}73 \text{ Zolle.}$$

Die Brücke würde ſich alſo durch ihre Bekieſung um 3,73 Zolle weiters ſetzen.

§. 13.

Einfluß der techniſchen Conſtruction der Brücke auf ihr Setzen.

Vergleichet man das ſtatiſche Setzen einer hölzernen Bogenbrücke, mit ihrem wirklichen Setzen, oder dem Setzen, welches Hr. von Wiebeking ſeither nach der Erfahrung für ſolche Brücken ausgemittelt hat, ſo zeiget ſichs, daß letzteres immer größer als erſteres ſeye; und es liegt der Ueberſchuß des letztern über das erſtere immer in dem Techniſchen der Brücke; weswegen ich auch dieſen Ueberſchuß das techniſche Setzen der Brücke heiße.

 Nun

Nun hat aber die Brücke in ihrer Conſtruction gewiſſe Vorrichtungen, nach welchen ſelbſt ihr ſtatiſches Setzen kleiner ausfallen ſollte, als es nach der Gravitation der Bögen, und ihrer eigenen Laſt ſeyn ſollte; ſie unterlieget dagegen aber gleichzeitig andern Einwirkungen, wornach ihr Setzen das ſtatiſche übertreffen muß; könnten ſich letztere gegen erſtere ganz aufheben, ſo würde das techniſche Setzen der Brücke verſchwindend, und ſie deswegen nur ihr ſtatiſches Setzen noch zeigen.

Unter jene Vorrichtungen aber gehören zunächſt die Windruthen, die Zug- und Creuzſtreben der Brücke; von welchen erſtere bey der Brücke folgende Dienſte leiſten.

a. Es wirken nemlich einmal die Windruthen, nach §. 11., der Ausbeugung der Brücke außer ihrer Verticalebene entgegen! Sinkt ferner die Brücke ſtatiſch, ſo hebet ſich die hintere Seite der Schenkel ihrer Bögen, und krümmet ſich um ſo ſtärker, je flächer ihre vordere Seite niedergebogen wird. §. 12. III.

Bey dieſem Vorgang erweitern ſich nun die Schwellfelder der Brücke, welche zwiſchen die Mittelpuncte E und Z der Schenkel der Bögen hineinfallen, während gleichzeitig die Schwellfelder der vordern und hintern Seite der Brücke oder zwiſchen D und G, und zwiſchen L und R um ſo enger werden, je mehr ſich die Bögen an ihrer hintern Hälfte zwiſchen E und A, und zwiſchen Z und N krümmen.

Dieſer Verengerung der Schwellfelder wirken aber die Windruthen der vordern und hintern Felder um ſo beſſer entgegen, je weniger ſie nach ihrer Stärke und Holzart ſich ſelbſt biegen können; je ſtrenger ſie ſich an die Stützklötze anſchließen, und je dichter oder geheber ſie in ſich ſelbſt

übers

übers Creuz eingeplättet ſind. Es können dieſe Felder ſich nur in ſoweit verengern, als die Windruthen in ihren Falzen und Fugen dem Druck der Bögen nachgeben können.

b. Außerdem aber wirken auf die Zugſtreben AE, und die Creuzſtreben AP dem Setzen der Brücke entgegen! Erſtere überſpannen gewöhnlich die den Widerlagern am nächſten liegenden 2 Schwellenfelder, und ſtützen ſich deswegen mit ihrem einen Ende an das Widerlager, und mit dem andern an eine der Schwellen jenes Feldes; es ſtützen ſich eben ſo die Creuzſtreben an das Widerlager, und an eine der Schwellen des erſten Feldes.

Dieſe Streben hindern nun zwar nicht das Heben der hintern Seiten der Bögen, weil ſie ſich mit ihrer Schwelle gleichzeitig heben; ſie dienen zunächſt die Brücke gegen den Sturm in ihrer Vertical-Fläche zu ſichern und zu erhalten, §. 11., und vermindern außerdem den verticalen Druck der Schwellen, an welche ſie ſich ſtemmen, um ſo viel, als von dieſem Druck auf die Streben nach ihrer Richtung trift.

Stünden die Streben unter ihren Schwellen ſenkrecht, ſo würden ſie auch die Laſt ganz tragen, mit welcher dieſe Schwellen ihres Orts auf die Bögen ſenkrecht drücken; ſie würden in dieſer Stellung die Stelle der Joche vertretten. Da ſie aber ſchief an die Schwellen ſich anſtemmen, ſo drücken dieſe um ſo weniger gegen ſie, je ſchiefer ſie ſtehen, oder je größer der Winkel AEe iſt, welchen die Streben mit der Loth-Linie dEe machen; ſie drücken noch um ſo weniger gegen die Streben, je kleiner auch der Winkel iſt, welchen die Streben mit der Querſchwelle der Widerlager, nach ihrer queren Stellung machen.

Es drücken z. E. die Schwellen in E mit einer Kraft U niederwärts, während die Streben ſich an dieſelbe unter einen

einen Winkel AEe = ν ſtemmen, und mit der Querſchwelle der Widerlager einen Winkel = ω machen; ſo iſt einmal, nach §. 11., der Druck der Schwelle auf die Streben ſelbſt gleich

$$U . \text{Cos}\, \nu . \text{Cos}\, \omega . = \Delta U.$$

Iſt ferner der ſenkrechte Druck der Schwellen in P gleich W; und die Creuzſtreben AP machen mit der Loth-Linie Pp den Winkel APp = λ; und mit der Querſchwelle des Widerlagers den Winkel $\varkappa$; ſo iſt auch der Druck der Schwellen gegen die Creuzſtreben, gleich

$$W . \text{Cos}\, \lambda . \text{Cos}\, \varkappa . = \Delta W.$$

Für die Freyſinger Brücke iſt, nach §. 12. III. U = 15258; W = 15950 Pfund; AEe = 77° = ν; und ω = 13°; ferner APp = 73 „ 18'; und $\varkappa$ = 31° „ 0. Alſo ΔU = 772 Pfund und ΔW = 3928.

Nun iſt ferner in dem Ausdruck §. 12. III.

$$\Delta x = 2 . \left[\frac{\Delta U . 40 + \Delta W . 20}{80}\right] = \frac{109440}{40} = 2736.$$

das iſt: die Zugſtreben und Creuzſtreben vermindern bey dieſer Brücke ihr ſtatiſches Sinken in ſo weit, als wenn ſie in ihrem Scheitel eine Laſt von 2736 weniger drückte.

Wird dieſe auf die 3 Bogen der Brücke ausgeſchlagen, ſo trift auf einen in den andern 912 Pfunde; und die Brücke ſenket ſich ſo, als wenn jeder ihrer Bögen ſtatt mit 18748, nur mit 17836 Pfunden belaſtet wäre.

Da ſich nun ein Bogen in den andern unter erſterer Laſt im grünem Zuſtande um 11,2 Zolle, unter letzterer aber 10,654 Zolle ſetzen würde, ſo effectuiren die Zug- und Creuzſtreben nur ſo viel, daß die Brücke ſich um 0,546 Zolle weniger ſetzet.

c. Unter die techniſchen, das Setzen der Brücke vermindernden Vorrichtungen, gehören ferner die Seiten- oder Sturmbögen FE. Fig. 4.

Dieſe

Dieſe werden vorzüglich angebracht, um die Brücke in ihrer Verticalebene beym Sturm zu erhalten; ſie hindern zwar das Heben der hintern Bogenſeiten nicht, weil ſie ſich mit den Bögen gleichzeitig heben: da aber jeder Bogen, wenn er in ſeinem Scheitel flächer gedrückt wird, gegen das Widerlager ſchiebet, ſo ſchiebet er die Geſchwelle in E um ſo mehr rückwärts, je flächer er in H gebogen wird; und dieß Schieben hindern die Seitenbögen in ſo weit, als ſie durch den Druck der ſich ſchiebenden Bögen nicht ſelbſt aufwärts gehoben werden.

Je ſchiefer aber die Lage dieſer Bögen iſt, oder je höher ſie an dem Widerlager mit ihrem einen Ende F, z. E. nach K zu, gelegt werden, um ſo mehr würden ſie das Schieben der Seitenbögen hindern, und ſelbſt gegen ihr Heben wirken.

Schiebet z. E. die Laſt, welche einen Seitenbogen in den andern in ſeinem Scheitel um einen Zoll bieget, den Bogen mit einer Kraft von 100 Centnern gegen den Bogen FE an, ſo kann der Bogen nicht weiters nach dem Widerlager zu ſich ſchieben, als 100 Centner Kraft, die Sehne des Bogens FE durch ſein Biegen kürzer machen können.

d. Wären an den Schenkeln der Bögen ſelbſt Mittel-Streben angebracht, welche ſich an die Geſchwelle in P und N anſtemmen, oder die Mitte der Bogenſchenkel überſpannen, ſo müſten dieſe das Setzen der Brücke ſehr ſtark vermindern.

Denn da die Bögen ſich in E und Z bey dem Setzen der Brücke am ſtärkſten biegen, mithin die Schwellen in N und P ſich dadurch um ſo näher kommen, je größer dieſe Ausbiegung iſt, ſo verhindern Streben, die von P nach N reichen, dieß Ausbiegen gänzlich, wenn ſie ſo ſtark ſind, daß ſie durch den Druck, welchen der ſich zu

krümmen ſtrebende Bogen auf ſie an beyden Enden ausübet, nicht ſelbſt gebogen werden können.

Es könnten ſolche Streben ſelbſt etwas gekrümmt ſeyn, und man könnte dadurch, daß ihrer mehrere neben einander angebracht werden, auch die Stärke der einzelnen erſetzen; wobey es ſich an und für ſich verſtehet, daß dieſe Streben in die Bögen, ehe der Fahrgang aufgeſetzt wird, auf das ſtraffeſte zwiſchen die Schwellen P und N eingezogen und gekeilt werden; das überhaupt für jede Art von Streben Statt finden muß, wenn ſie ihre zu erwartende Dienſte leiſten ſoll.

e. Hat eine Brücke Diagonal-Bögen, §. 10., ſo ſtemmen ſich ihre 4 Schenkel an die mittlere Schwelle in L und an den Mittelbogen an, und jeder wirket durch die Reaction, welche er nach ſeiner noch übrigen Elaſticität äußern kann, §. 4., aufwärts und ſtrebet durch dieſelbe, das Creuz der Brücke zu heben; es wirkt alſo jeder durch ſeine Reaction dem Setzen der Brücke entgegen.

Da aber jeder Schenkel auch durch ſein halbes Gewicht die Schwelle in L niederwärts drücket, ſo wirket der Diagonal-Bogen nur durch den Ueberſchuß ſeiner Reaction über ſein halbes Gewicht, mit dem Gewicht der Schrauben und Kluppen, dem Setzen der Brücke entgegen: er verſtärkt wohl gar das Setzen der Brücke, wenn ſeine Laſt mit den connexen Dingen größer als ſeine Reaction iſt.

f. So wie nun alle an der Brücke angebrachte Arten von Streben, nebſt andern beſtimmten Zwecken, auch die Verminderung des Setzens der Brücke nebenbey beabſichtigen, ſo liegen gleichzeitig in der techniſchen Conſtruction der Brücken gewiſſe Motive, wornach ihr techniſches Setzen mehr oder minder beträchtlich werden kann.

Dieſe

Dieſe Motive finden ſich in den Widerlagern, in der feſten Spannung der Brücken-Bögen, in den Schifftungen ihrer Curven, und in den Einplättungen ihrer Geſchwelle.

Sind nemlich die Pfähle oder Bürſten, auf welchen der Roſt des Widerlagers zu liegen kommt, nicht ſo feſte in den Boden eingerammet, daß ſie unter der Laſt der Brücke noch tiefer ſinken müſten, ſo kann dieſes Sinken der Fundamente der Brücke, wenn es auf einer Seite ſtärker als auf der andern vorgehet, eine Deformation der Figur der Bögen der Brücke ſelbſt veranlaſſen; wobey ſich dieſelbe auf einer Seite ſtärker, als auf der andern Seite ausbiegen, wohin das Uebergewicht der Laſt ſie drücket.

Es kann die Brücke in ähnliche Umſtände kommen, wenn die Fundamente der Widerlager nicht in ſo weit gegen das Ausſpühlen geſichert ſind, daß die Bürſten ſich zur Seite neigen müſten.

Sind ferner die auf ihrem Fundamente ruhende Widerlager ſelbſt in ihrer Subſtanz ſo weich oder geben ihre Mörtelverbindungen in ſo weit nach, daß die Bögen ſich in ſie eindrücken können, ſo wird dadurch die Oeffnung der Brücke um ſo viel größer; ihre Bögen ziehen ſich nach einem größern Halbmeſſer, und werden flächer; ſie deformiren ſich, wenn das Widerlager auf einer Seite mehr, als auf der andern nachgibt.

Dieſer Druck der Brücke gegen ihre Widerlager, nimmt immer mehr zu, je mehr ihre Bögen austrocknen, und dadurch ihren vorigen geradlinichten Zuſtand ſtetig herzuſtellen ſtreben: er nimmt dabey um ſo ſtärker zu, je grüner die Balken bey ihrem Biegen auf dem Lehrgerüſte ſind, und je kürzer die Zeit iſt, während welcher ſie auf demſelben verharren konnten; weil das Holz um ſo weniger an ſeiner natürlichen Elaſticität verliehret, je bälder es von dem Lehrgerüſte abgenommen wird. §. 4.

g. Wenn

g. Wenn aber auch ſelbſt die Widerlager nicht ſinken können, und den Seiten-Druck der Brücke genüglich auszuhalten vermögen, ſo finden ſich dem ungeachtet in der Stabilität und in den Holz-Verbindungen der Brücke noch mancherley Motive ihres techniſchen Sinkens; die ſämmtlich in der Feſtigkeit des Ganzen und ſeines Details ihren Grund haben.

Da nemlich die Bögen der Brücke nach einem gegebenen Halbmeſſer auf eine beſtimmte Oeffnung und Höhe gebogen ſind, ſo muß der Abſtand der Stützſchwellen, an welche die Bögen ſich ſtemmen, dergeſtalt geordnet ſeyn, daß die Bögen in ihrem aufgerichteten Zuſtand, auch die Form annehmen können, die ihnen nach ihrem Halbmeſſer zukommt; ja ſie müſſen beſſer etwas zu enge als zu weit geſpannet, und deswegen zwiſchen die Widerlager und die Stützſäule ausgetrocknete Keile bis zum Stehen eingetrieben werden; es verurſachet das Schwinden der Keile und Stützſäulen, ſo wie das Setzen der Mauer der Widerlager durchs Austrocknen, eine Erweiterung der Oeffnung der Brücke, und mit dieſer ein Setzen des Bogens im Ganzen. Außerdem aber hängt das techniſche Setzen der Brücke noch von der Feſtigkeit ihrer geſammten Bögen ab, welche die Laſt des Ganzen zu tragen haben.

Dieſe Bögen conſtituiren ſich aus ihren gekrümmten Balken oder Curven, und werden ohne alle Verzahnung, unmittelbar über einander gelegt, durch Schrauben zuſammen gezogen; ihre Feſtigkeit integrirt ſich daher aus der unmittelbaren Berührung ihrer Tangental-Flächen; der Bogen iſt bey ſonſt übrigen gleichen Umſtänden um ſo ſtabiler, je inniger ſich ſeine Curven unter ſich berühren; er trägt als ſolcher das Maximum der Laſt, die er nach ſeiner Stärke und Spannung zu tragen vermag.

Wo

Wo hingegen die Curven ſich nicht innigſt berühren, überwältiget der Druck des Fahrganges und der Schwellen eine nach der andern, und drücket dadurch den ganzen Bogen ſelbſt in ſeinem Scheitel um ſo tiefer nieder, je mehr die Laſt die einzelnen Curven überwuchten kann, und das techniſche Setzen der Brücke wird dadurch um ſo bedeutender.

In Stellen, wo daher die Curven ſich nicht unmittelbar berühren ſollten, müſſen ſolche gefüttert; und insbeſondere bey einer neuen Brücke, deren Curven durch ihr ferneres Austrocknen noch ſchwinden, von Zeit zu Zeit die Schrauben bis zum Stehen angezogen werden.

h. Bey Bögen von großen Oeffnungen, müſſen ferner die Balken, aus welchen ſich ihre Curven conſtituiren, zuſammengeſchifftet werden! Dieſe Schifftungen ergeben ſich durch das Ueberplätten des einen Balkenendes, über das andere, wobey die Schrauben, welche durch ſämmtliche Curven gehen, die Schifftungen zuſammen halten.

Je mehr daher eine Curve Schifftungen hat, je kürzer dieſe ſelbſt, und je ſchlechter ſie eingeplättet ſind, um ſo ſtärker kann ſie durch eine äußere Laſt niedergedrückt werden; es kann ein Bogen, der ſich aus mehrern ſolchen über einander gelegten, durch Schrauben zuſammen gezogenen Curven ergibt, um ſo tiefer in ſeinen Scheitel niedergedrückt, und im Ganzen deformirt werden, je öfter und ſchlechter ſeine Curven geſchifftet ſind, und je öfter bey ihm die Schifftungen gerade über einander treffen.

Das techniſche Setzen der Brücken-Bögen hängt daher neben ihrer feſten Spannung, auch von der Zahl, Beſchaffenheit, und dem Wechſel der Schifftungen ſeiner Curven ab, aus welchen er beſtehet: er ſetzet ſich in gegebener Oeffnung und Höhe, unter der

nemli-

nemlichen Laſt um ſo weniger techniſch, je weniger ſeine Balken nach ihrer Länge, Schifftungen haben, je beſſer dieſe geplättet oder auch verkeilet ſind, und je ſchicklicher ſie in den Curvenlagen dermaſſen unter ſich wechſeln, daß die Schifftungen der vorhergehenden Lagen mit der folgenden nicht zuſammen treffen.

i. Damit ferner die Curven ſelbſt ſich nicht der Länge nach über einander verſchieben, werden zwiſchen jede Lage derſelben, in gewiſſen Abſtänden, Spannkeile eingelaſſen; es werden eben ſo in die Bögen die Schwellen ſelbſt viereckicht eingeplättet.

Je mehr daher ein Bogen ſolche Einplättungen hat, um ſo mehr wird ſeine Continuität geſchwächt, und er ſinket unter der Laſt des Fahrganges um ſo tiefer, und deformiret ſich um ſo ſtärker, oder er ſetzet ſich um ſo mehr techniſch, je mehr er ſolcher Einſchnitte hat, und je weniger die Spannkeile und Schwellen, bey einem unfleißigen Einlaſſen, dieſelbe ausfüllen, oder je beſſer ſie ſich nach der Weiche ihrer Holzart zuſammendrücken laſſen, oder durch ihr Schwinden wohl gar locker werden. Es müſſen daher auch ſolche Einplättungen von Zeit zu Zeit ausgekeilt werden, wenn das techniſche Setzen der Brücke nicht immer zunehmen ſoll.

§. 14.

Der Seiten-Druck einer Brücke gegen ihre Widerlager.

Wenn die Brücke nach einem ihrer Widerlager wuchtet.

I. Die Widerlager haben bey der Bogen-Brücke einmal die ganze Laſt derſelben, jedes ſeines Orts zur Hälfte zu tragen, und außerdem auch noch den Seiten-

Druck ihrer ſämmtlichen Bögen auszuhalten; es verhält ſich dieſes eben ſo mit den Jochen, wo die Brücke mehrere Oeffnungen hat!

Dieſer Seiten-Druck ſummiret ſich zunächſt aus dem Druck, welchen die Bögen der Brücke, nach der ihren Curven noch übrigen Elaſticität durch ihre Reaction, §. 4. ausüben, und aus dem Druck, welcher durch das ſtatiſche Setzen der Brücke, oder auch durch ſonſtige Deformation ihrer Bögen auf die Widerlager entſtehet. §. 12.

Das techniſche Setzen der Brücke, §. 13., hat auf den Druck gegen die Widerlager nur in ſoferne Einfluß, als es von der geringen Spannung der Curven über einander durch die Schrauben, §. 13. g. abhänget; das Ausbiegen der Schifftungen, und das Nachgeben der Einplättungen, §. 13. h. i. hat keine Folgen auf den Seiten-Druck, weil das dadurch entſtehende techniſche Setzen der Brücke, nur von einer größern Nachgiebigkeit der Theile herrühret.

Stehen nun die Bögen einer Brücke zwiſchen ihren Widerlagern und Jochen aufgerichtet frey, §. 12. III. a., ſo drücket jedes Ende der Bögen das Widerlager zunächſt mit einer Kraft, die der noch beſtehenden Reaction des Bogens gleich iſt, §. 4.; und es wird dieſer Druck noch durch das ſtatiſche Setzen der Bögen durch ihre Gravitation §. 12. I. vermehrt.

Setzet ſich z. E. ein Bogen in ſeinem Scheitel durch ſeine Gravitation um einen Zoll, ſo drücket er dadurch gegen ſeine Widerlager eben ſo, als wenn er durch eine äußere Laſt in ſeinem Schenkel um einen Zoll gebogen würde; er bieget ſich dabey in der Mitte jedes ſeiner Schenkel um einen Zoll aus, und drücket gegen jedes ſeiner Widerlager mit einer Kraft, die dem halben Druck jener Laſt gleich iſt.

Um

Um nun die ſtatiſche Unterſuchung über den Seiten-Druck der Brücke auf die Widerlager im Allgemeinen anzuſtellen, bedinge ich folgendes.

Es bezeichne in Fig. 10. DAB einen Seiten-Bogen der Brücke, wie er ſich in ſeinen Umſtänden von dem Fahrgang und den Schwellen belaſtet, an ſeine Widerlager in D und B ſtemmet.

Sinkt nun das Widerlager in B mehr als in D, §. 13. f., ſo gewinnt die Brücke nach dieſer Seite die Ueberwucht, und jeder ihrer Bögen deformirt ſich um ſo ſtärker, je größer dieſe Ueberwucht iſt: es ziehen ſich die Schenkel der Bögen auf der entgegengeſetzten Seite DE flächer, während ihr übriger ſich wölbet, und in H ſich um HK ausbieget; es ſchiebet ſich ſo jeder Schenkel gegen das Widerlager in B an, und drücket daſſelbe um ſo ſtärker, je größer die Auswölbung HK nach der Ueberwucht der Brücke ausfallen muß.

In ähnliche Umſtände kommt auch jeder Bogen der Brücke, wenn ihr Joch in D ſich überbieget, und die Bögen nach dem entgegengeſetzten Widerlager ſchiebet.

Ich denke mir nun ein Lehrgerüſte von dem Halbmeſſer BC des Bogens, und nehme an, der Bogen EHB = 2HB ſolle auf denſelben gebogen werden, ſo wird, wenn der Bogen in E durch eine Kraft P um HF gebogen wird, ſein Ende in B mit der nemlichen Kraft auf dem Lehrgerüſte gehalten werden müſſen, oder es wird mit der Kraft gegen die Zwinge drücken, welche ſie auf dem Gerüſte feſt hält.

Wird der nemliche Bogen in E durch eine Kraft $P + \Delta P$ um EG heruntergebogen, ſo wölbet er ſich in ſeiner Mitte um LK, und ſtemmet ſich in B an ſein Widerlager mit der Kraft $P + \Delta P$ an: der Druck in B iſt daher immer der biegenden Kraft in E gleich!

Hätte

Hätte nun der Bogen EKP ſeine Elaſticität ganz verlohren, könnte alſo gar keine Reaction mehr äußern, ſo würde er, wenn er durch eine Kraft ΔP in ſeiner Mitte um HK ſtärker als zuvor gebogen würde, auch mit der Kraft ΔP gegen ſein Widerlager drücken!

Wenn es daher darauf ankommt, dieſen Seiten-Druck für eine gegebene Ausbiegung HK der Bögen einer Brücke zu berechnen, ſo wird man zuvörderſt die Kraft ausfinden müſſen, welche den Bogen EKB, deſſen Sehne EB iſt, um FK und LH zu biegen vermag; und der Unterſchied zwiſchen beyden wird den verlangten Seiten-Druck abgeben.

Nun bieget ſich aber, nach (§. 6. b.), der Probe-Balken von 58 Fuß, in 12 Zoll Vierung, in ſeinem grünen Zuſtand, durch eine Kraft von 3247 Pfunden, um 44 Zolle oder $\frac{11}{3}$ Fuße, und es iſt in dieſem Zuſtande ſeine halbe Sehne = 28,8 Fuße.

Es iſt daher in der Biegungs-Function §. 2. III. e. der Werh von $h = 12$ Zoll; $c = \frac{11}{3}$; $l = 28{,}8$ Fuße. Hat nun der Bogen DAB q. Balken oder Curvenlager, und bieget ihn eine Kraft Q' und Q um LK und FH; ſo iſt einmal

$$3246 : Q' = \frac{12^4 . 11}{3 . 28{,}8 . (28{,}8^2 + (\frac{11}{3})^2)} : \frac{q . H^4 . LK}{LB . (LB^2 + LK^2)};$$

oder wenn man das conſtante 3te Glied durch O bezeichnet, ſo iſt auch

$$Q' = \frac{q . H^4 . LK}{LB . (LB^2 + LK^2)} \cdot \frac{3246}{O}.$$

und

$$Q = \frac{q . H^4 . FH}{FB . (FB^2 + FH^2)} \cdot \frac{3246}{O}.$$

mithin iſt auch der Seiten-Druck auf das Widerlager in B, gleich

$$\Delta P = q . H^4 \left(\frac{LK}{LB (LB^2 + LK^2)} - \frac{FH}{FB (FB^2 + FH^2)} \right) \frac{3246}{O}.$$

 Da

Da aber die Biegung bey E oder EG niemalen ſo bedeutend ſeyn kann, daß die Diſtanzen EB und BG auffallend verſchieden ſeyn könnten, ſo kann man ohne merklichen Fehler BG = EB, folglich auch um ſo mehr FL = 0 ſetzen; und es wird deswegen unter dieſer Vorausſetzung der Druck auf das Widerlager in B, gleich

$$\Delta P = \frac{q \,.\, H^4}{BF}\left(\frac{FK}{BF^2+FK^2} - \frac{FH}{BF^2+FH^2}\right)\frac{3246}{O}.$$

In Fällen, wo der Unterſchied FK — FH nicht bedeutend iſt, kann man auch den Druck auf das Widerlager in B ſetzen,

$$\Delta P = \frac{q \,.\, H^4 \;.\; HK}{\frac{1}{2}EB \cdot (FB^2+FH^2)} \cdot \frac{3246}{O}.$$

In dieſem Ausdruck laſſen ſich die Werthe von EB „FH durch Zeichnung oder auch durch Rechnung finden, wenn die Stelle, wo der Bogen ſich am ſtärkſten ausbieget, und die Ausbiegung HK gegeben ſind.

Um dieſes durch ein Exempel zu erläutern, nehme ich an, die Freyſinger Brücke biege ſich in der Mitte H ihrer Schenkel um 7,8 Zolle aus. Für dieſelbe iſt nun BC = 169,35 Fuße; DB = 159; AM = 12 Fuße; und ACB = 17° „ 10′; mithin KCB = 8° „ 35′; FB = 60,018; FH = 6,763 Fuße; H = 14 Zolle; q = 3 Curven auf einem Bogen.

Es iſt ferner $\frac{3246}{O} = 10365$; $FB^2 + FH^2 = 3645{,}7381$;

also $\Delta P = 355{,}32$ Pfunde.

Da nun die Brücke 3 ſolcher Bögen hat, ſo iſt der Seiten-Druck ihrer Bögen gegen das Widerlager in B gleich 1066 Pfunde; in ſo weit er blos von der Ueberwucht abhängt, mit welcher die Brücke von einer Seite nach der andern wuchtet.

Seiten-

Seiten-Druck der Brücke durch ihr Setzen.

II. Setzet ſich die Brücke in ihrem Scheitel um (β) Zolle, nach §. 12. III.; ſo iſt der hieraus entſtehende Seiten-Druck der Schenkel ihrer Bögen, auf beyde Widerlager gleich groß; und um ſo ſtärker, je größer ihre Senkung (I.) iſt.

Für dieſen Fall gehet nun die Linie EB in AB, und FH in WR über; und es iſt deswegen, wenn die Brücke p. Bögen hat,

$$\Delta P = \frac{p.q.H^4.\beta}{WB.(WB^2+WR^2)} \cdot \frac{3246}{O}.$$

Nun iſt iſt aber $\frac{3246}{O} = 1036{,}5$; und aus der Gleichung für den Kreis $BW^2 = 2r.WR - WR^2$; mithin $WR = \frac{BW^2}{2r}$ beynahe.

Setzt man $MB = M$; $AM = C$; und $WB = u$; ſo iſt auch

$$AB = \tfrac{1}{2}\sqrt{(M^2+C^2)} = WB; \quad \text{mithin auch}$$

$$\Delta P = \frac{p.q.H^4.\beta}{u^3.\left(1+\frac{u^2}{4r^2}\right)} \cdot 1036{,}5.$$

Für die bisher immer betrachtete Freyſinger Brücke iſt nun $r = 269{,}35$; $q = 3$; $p = 3$; $u = 40{,}2$; $H = 14$ Zolle; alſo für $\beta = 9$ Zolle Senkung

$$\Delta P = 4132 \text{ Pfunde}.$$

Wenn ſich alſo dieſe Brücke in ihrer Mitte um 9 Zolle ſtatiſch ſetzet, ſo drücket ſie ohne Rückſicht auf die Reaction ihrer Bögen, jedes ihrer Widerlager mit 4132 Pfunden; oder mit 5643 Pfunden, wenn ſich die Brücke durch ihre Bekieſung, §. 12. IV., um 3 Zolle weiters ſetzet.

Es iſt ferner, nach §. 4., die Reaction jedes Bogens dieſer Brücke, 1456 Pfunde, wenn man dieſelbe zur Hälfte

der ſeine Balken biegenden Kraft anſchlagen kann; mithin für alle 3 Bögen dieſer Brücke 4368 Pfunde; es drückt folglich die Brücke jedes ihrer Widerlager durch ihr Setzen, und durch die noch übrige Reaction ihrer Bögen mit einer Kraft von 8500 Pfunden; oder als bekieſet mit 10011 Pfunden. Letzterer Druck wird um ſo kleiner, je geringer die Elaſticität des Holzes von Natur, und je mehr ſie durch die Behandlung der Balken beym Krümmen, und insbeſondere durch ihr Verweilen auf dem Lehrgerüſte noch mehr geſchwächt wird; er würde ganz = 0 werden, wenn die Balken ihre Elaſticität ganz verliehren könnten. §. 4.

§. 15.

Statik der Widerlager hölzerner Bogen-Brücken.

Reſiſtenz der Widerlager und Joche.

I. Die Widerlager der Bogen-Brücken ſind immer jene natürliche oder künſtliche Anlagen, welche, indem ſie die Laſt der Brücke tragen, auch zugleich den Seiten-Druck auszuhalten haben, welchen die Reaction der Bögen der Brücke §. 4., und ihre Deformation durch das Setzen der Brücke §. 12., und durch die ſie paſſirende Laſten, an ihrer Stelle verurſachet.

Es ſind dabey die Widerlager natürliche, wenn die Brücken-Bögen unmittelbar auf Felſen gelegt und angeſtemmt werden können; ſie ſind dagegen künſtliche, wenn das Fundament der Widerlager auf einen Roſt aufgeſetzt, und das Widerlager auf denſelben von Quadern, oder Mauerwerk aufgeführt werden muß.

So wie nun das Fundament des Widerlagers, die halbe Laſt der Brücke, ohne weiters zu ſinken, tragen

muß,

muß, §. 14. I., ſo muß auch ſeine Wand den Seiten-Druck gleichzeitig auszuhalten vermögen.

Dieſer Seiten-Druck äußert ſich immer zunächſt an jenen Stellen, an welchen ſich die Bögen an die Wand ſtemmen, in welcher ſie eingemauert werden; es werden dieſe Stellen ſelbſt noch am ſtärkſten von den übrigen gedrückt, wo die Enden der Bögen ſich an Stützſäulen ſtemmen, die mit der Kammer des Widerlagers verbunden ſind; wo das Widerlager mit ſolcher verſehen iſt.

Auf jeden Fall muß daher das Widerlager ſo feſte ſeyn, daß es vorerſt den Druck auszuhalten vermag, mit welchem die Bögen der Brücke ohne äußere Belaſtung auf daſſelbe wirken.

Dieſer Druck iſt bey der Freyſinger Brücke, nach §. 14., für ein Bogen-Ende, 3400 Pfund, auf 3 . $\frac{14}{12}$. $\frac{14}{12}$ oder 4 Quadrat-Fuße; alſo auf einen Quadrat-Fuß 850 Pfunde.

Es muß daher das Mauerwerk ſeines Orts vorerſt ſo ſtark ſeyn, als wenn es als Fundament eines Gebäudes, auf einen Quadrat-Fuß 850 Pfund Laſt zu tragen hätte, in einem Boden, der mit jenem ganz gleichartig iſt, an welchen ſich die Wand des Widerlagers anſchließet.

Da aber die Reaction der Bögen immer ſtärker wird, je grüner ihr Holz anfänglich bey ihrem Aufſetzen iſt, und je mehr es austrocknet §. 13. f.; auch die Laſten, welche die Brücke paſſiren, nach Umſtänden ihre Bögen deformiren, und dadurch einen Seiten-Druck gegen die Widerlager veranlaſſen, und außerdem auch ſelbſt wegen der Joche gewiſſe Umſtände eintretten können, wornach ſie ſich auf eine Seite ſenken, ſo müſſen die Widerlager immer ſo ſtark angelegt werden, daß ſie den halben Seiten-Druck ſämmtlicher Oeffnungen der Brücke genüglich auszuhalten vermögen.

Sie müſten alſo bey der Freyſinger Brücke wenigſtens ſo ſtark ſeyn, daß ein Quadrat-Fuß derſelben in den andern, eine Laſt von 1700 Pfunden zu tragen vermag.

Iſt überhaupt der Seiten-Druck der Enden der Bögen auf einen Quadrat-Fuß = C. Pfunde, und die Brücke hat m Oeffnungen; ſo muß jeder derſelben wenigſtens mC. Pfunde zu tragen vermögen.

Hr. von Wiebeking gibt den Widerlagern der FreyſingerBrücke von 2 Oeffnungen eine Stärke von 22 Fußen; wornach es überflüſſig ſtark genug iſt.

Reſiſtenz der Pfeiler.

II. Hat eine Bogen-Brücke mehr als eine Oeffnung, ſo ruhet immer der nächſte Schenkel der dem Lande nächſten Oeffnungen, auf einer Unterlage GC und DF Fig. 6. auf, die in dem Fluß oder in dem Graben, über welchen die Brücke geſprengt iſt, führet; es ruhen die übrigen Oeffnungen einzig auf ſolchen Unterlagen auf, an welche ſie ſich zu beyden Seiten ſtemmen.

Dieſe Unterlagen werden Brücken-Pfeiler genannt, wenn ſie ihres Orts ganz von Mauerwerk, oder auch aus großen Steinmaſſen aufgeführt ſind; ſie heißen ſtatt deſſen Joche, wenn ſie aus ſtarken Pfählen beſtehen, welche bis zum Stehen in den Grund des Flußes eingerammet, und mit Schwellen oder Traggurten verſehen ſind, auf welchen die Bogenſchenkel aufliegen.

Was nun einmal die Pfeiler anbelangt, ſo ſtelle in Fig. 11. ACED das breite Profil eines ſolchen Pfeilers durch ſeinen Schwerpunct E vor, deſſen Länge der Breite der Brücke gleich iſt.

Auch beſtehe die Brücke ſelbſt aus 3 Bögen, welche ſich mit ihrem einen Ende an den Pfeiler, mit dem andern

dern aber an das Widerlager ſtemmen; ihre halbe Laſt mit dem Druck derſelben auf D ſey = P, und der Seiten-Druck auf den Pfeiler = Q; auch treffe die Central-Linie durch die Mitte der Bögen in die Stelle bey B; und M. bezeichne das Gewicht des Pfeilers ſelbſt, das man ſich in ſeinem Schwerpunct vereinet vorſtellen kann.

Fället man aus der Stelle B eine Loth-Linie BH herunter, ſo drücket einmal die Brücke in dieſer Richtung den Pfeiler mit ihrer halben Laſt P, und ſtrebet ihn um den Punct A umzuſtürzen; während ſie gleichzeitig durch ihren Seiten-Druck Q, denſelben in horizontaler Richtung BK um den Punct C. umzuſtürzen ſtrebet.

Wäre nun die Wucht des Seiten-Drucks größer, als die Wucht des verticalen Drucks, ſo würde der Pfeiler um C umſtürzen, wenn nicht gleichzeitig auch die Wucht ſeiner eigenen Laſt jenem Druck nach der Loth-Linie EF entgegen wirkte. Soll daher der Pfeiler ſeines Orts beſtehen, ſo wird das Moment des horizontalen Drucks den Momenten des verticalen Drucks gleich ſeyn müſſen; das iſt: es muß ſeyn

$$CK.Q = CF.M + CH.P.$$

Es ſey nun BH = CK = d; und die Auflage des Bogens auf dem Pfeiler oder AH = α; die Höhe DC des Pfeilers = f; ſeine Länge nach dem Querſchnitt der Brücke = a; und ſeine Breite AC = x; auch wiege von ſeiner Subſtanz ein Cubic-Fuß in den andern (g) Pfunde.

Nach dieſer Bezeichnung iſt CH = x − α; und M = g.afx; mithin

$$d.Q = \tfrac{1}{2}x.gafx + (x-\alpha).P.$$

Aus welcher Gleichung ſich die Stärke des Pfeilers berechnen läßt, in welcher er der Brücken gehörig reſiſtirt.

Es iſt nemlich

$$x = -\frac{P}{gaf} + \sqrt{\frac{1}{gaf}\left(2(d.Q + \alpha P) + \frac{P^2}{gaf}\right)}.$$

Liegt die Brücke auf dem halben Pfeiler ſelbſt auf, oder iſt ihre Auflage AH = AF = FC; ſo iſt auch

$$d.Q = \tfrac{1}{2}x.gafx + \tfrac{1}{2}xP; \text{ folglich}$$

$$x = -\frac{P}{2(gaf)} + \sqrt{\frac{1}{gaf}.\left(2.d.Q + \frac{P^2}{4gaf}\right)}.$$

Iſt nun das Fundament des Pfeilers in das Grund-Beet des Flußes ſo tief eingeſenkt, daß es gegen das Ausſpielen des Waſſers genugſam geſichert iſt, ſo hängt die Höhe BH = d von dem höchſten Waſſerſtand des Flußes ab; weil die Bögen wegen des Eisganges nicht wohl tiefer aufgeſetzt werden können, als die Eisſchilder dieſelbe nicht mehr erreichen können.

Je größer daher die Höhe d iſt, um ſo mehr iſt der Pfeiler durch den Seiten-Druck der Breite bey einerley Laſt derſelben gefährdet, und um ſo breiter muß er deswegen gemacht werden.

Stünden die für die Brücke zu errichtenden Pfeiler bereits fertig, und man ſetzet auf ſie die Brücken-Felder zu beyden Seiten gleichzeitig auf, wie dieß auch immer geſchiehet, ſo können die Pfeiler ſchwächer ſeyn; ſie dürften, wenn der Druck und Gegen-Druck auf beyden Seiten gleich wäre, nur ſo ſtark ſeyn, daß ſie dem Strome gehörig widerſtehen, und nach ihrer Höhe, und nach der reſpectiven Feſte ihrer Subſtanz, unter der auf ihr ruhenden Laſt, ſich nicht biegen!

Da aber bey einer Brücke von mehrern Feldern der erſte Pfeiler immer den Seiten-Druck zunächſt auszuhalten hat, welchen eine auf dem erſten Feld ſich bewegende Laſt durch die Deformation der Bögen auf ihn bringt, ſo müſſen deswegen die Pfeiler noch etwas ſtärker ſeyn,

um

um auch dieſen Druck aushalten zu können; ſie müſſen noch etwas ſtärker ſeyn, wenn die Brücken-Felder unter ſich ſelbſt, nach ihrer verſchiedenen Oeffnung und wegen anderer in ihrer Conſtruction liegenden Dinge, nicht einerley Laſt haben; oder wohl gar ein Pfeiler vor dem andern in ſeinem Fundament von dem Strom geſchwächt, und in etwas zur Seite ſinken ſollte.

Reſiſtenz der Brücken-Joche.

III. Bedienet man ſich ſtatt der Pfeiler der Joche, ſo bedarf eine Brücke von n. Oeffnungen, immer (n — 1) Joche, deren jedes aus einer Reihe neben und hinter einander, in das Fluß-Beet bis zum Stehen eingerammter Pfähle beſtehet, mit welcher durch eiſerne Schrauben die Tragſchwellen auf beyden Seiten verbunden ſind, auf welchen die Brücken-Bögen aufliegen.

Es ruhet außerdem dieſe Schwelle auf einem Unterlager von Steinen, mit welchen das Joch außer der Faſchinade umgeben iſt; wodurch das Joch ſelbſt in ſeinem Grunde gegen das Ausſpielen des Stromes geſichert wird.

Uebrigens wird das aus ſeinen Pfählen ſich conſtituirende Joch von den Fluß-Beeten bis dorthin, wo es den Fahrgang über ſeiner Hauptſchwelle trägt, mit Dielen beſchlagen, und ſämmtliche Zwiſchenräume mit Mörtel zu Abhaltung der Feuchte, und daraus entſtehender Fäulniß, ausgegoſſen.

Es hat ferner das Einrammen ſelbſt ſeine beſondern Vortheile, worüber Hr. v. Wiebeking in der Brückenbau-Kunde die ſchätzbarſten Erfahrungen von S. 97—111. anführet; auf jeden Fall aber ſchliefet, jeder mit ſeinem eiſernen Schuh an ſeinem untern Ende einzurammende Pfahl, unter den nemlichen Schlägen, um ſo tiefer in den Boden, je weicher dieſer iſt, oder je weniger er nach ſeiner Weiche, dem Eindringen des Pfahls widerſtehet;

es widerſtehet der Boden dem Eindringen ungleichartig, wenn er aus verſchiedenen auf einander folgenden Schichten von ſtärkerer oder ſchwächerer Reſiſtenz beſtehet; das aus dem Schliefen des Pfahls bey einerley Schlägen zu beurtheilen iſt.

Es ſeye nun der mittlere Pfahl des Jochs Fig. (12.), und mit ihm jeder andere deſſelben, um die Tiefe AE unter das Grund-Beet des Flußes AZ eingedrungen; die Tragſchwelle, auf welcher die einen Schenkel der Brücke ruhen, befinde ſich in B, und die Central-Linie durch die Bögen treffe in C; während die Straßenbäume der Brücke auf den Pfahl in D drücken.

Dabey muß nun einmal die Schwelle B ganz Waſſerpaß oder ſetzwägig mit der Schwelle liegen, auf welcher die andern Enden der Brücken-Bögen aufliegen; weil ſonſt die Brücke nach jener Seite wuchten würde, wo die Schwelle tiefer liegt. §. 14. I.

Iſt nun dieſes, und die Brücke würde auf das Joch und auf das Widerlager am Lande aufgeſetzt, ſo würde die Brücke durch ihre halbe Laſt, und durch ihren Druck in D, jeden Joch-Pfahl lothrecht niederwärts drücken, während ſie durch ihren Seiten-Druck in C. denſelben aus ſeinem verticalen Stand zu drücken, oder umzubiegen ſtrebet. Es vertheilet ſich dabey der verticale, wie der Seiten-Druck auf ſämmtliche Pfähle ebenmäßig; oder es trägt jeder $\frac{1}{9}$ der Laſt und des Drucks, wenn das Joch 9 Pfähle hat.

Dieſem Biegen aber widerſtehet jeder Pfahl durch ſeine Feſtigkeit ſowohl, als auch durch die Reſiſtenz des Bodens, in welchem er ſtecket.

Stecket nemlich der Pfahl in dem Boden von AE, oder durchaus ſo feſte, daß das ihn umgebende Land in der Richtung des Drucks nicht ausweichen, oder feſter

zuſam-

zuſammen gedrückt werden kann, ſo kann ſich der Pfahl nur von A bis C biegen; er bieget ſich hingegen auch in dem Boden, in ſoweit ihm dieſer nach der Feſtigkeit ſeiner Schichten nachgeben kann; er bieget ſich bey dem nemlichen Seiten-Druck in C um ſo mehr, je tiefer und ſtärker der Boden unter dem Grund-Beet ſich zuſammen drücken läſſet.

a. Je tiefer daher die Pfähle in ſolchen Erdſchichten des Bodens ſtecken, die ihn unbeweglich feſte halten, um ſo feſter ſtehet jeder Pfahl an und für ſich, mithin auch das Joch ſelbſt. Dieſe Tiefe verhalte ſich für die Joche zweyer Brücken, wie U und U'.

Je ſtärker und unbiegſamer ferner die Pfähle des Jochs an und für ſich, und je mehrere ihrer ſind, um ſo weniger kann der Seiten-Druck der Brücke ſie bey übrigen gleichen Umſtänden biegen; ſie können dabey noch um ſo weniger gebogen werden, je kürzer das Moment des Drucks, oder der Abſtand des Punctes C von der Schicht des Bodens iſt, welche nicht mehr zur Seite ausweichen kann.

Es bezeichnen nun h und H die Stärke der Balken, aus welchen die Joche zweyer Brücken A und B beſtehen; und m „ n die Anzahl derſelben für jedes Joch.

Auch fällt für die Brücke A der Punct C, auf welchen die Bögen zunächſt ihren Seiten-Druck ausüben, von dem feſten Boden um AC, für die Brücke B aber um CF ab; ſo verhalten ſich nach §. 3. II. b., wo hier $r = R = \infty$ iſt, die Kräfte welche die Joche zu biegen vermögen, wie

$$\frac{U m . h^4}{AC} : \frac{U' n . H^4}{AF} .$$

Sind die Pfähle für beyderley Joche gleichſtark, und gleichviel; ſo verhalten ſich die biegende Kräfte noch dire-

directe, wie die Tiefen, auf welche ſie in dem feſten Boden ſtecken, und verkehrt, wie die Abſtände des angegriffenen Puncts, von dem feſten unbiegſamen Boden des Grund-Beetes.

Es ſtecken z. E. die Pfähle der Brücke A und B, 20 und 24 Fuß tief in den Boden; und der Abſtand der Central-Linie der Bögen von der nicht mehr biegſamen Erdſchicht iſt für dieſe Brücken 15 und 6 Fuße; ſo verhalten ſich für gleiche Stärke und Anzahl der Pfähle, ihre Biegſamkeiten

$$\text{wie } \frac{20}{15} : \frac{24}{6} = 1 : 3;$$

die Joche der Brücke B würden alſo 3mal feſter als der A Brücke ſtehen.

b. Trägt das Joch auf beyden Seiten gleichzeitig die halbe Laſt der auf ihm ruhenden Brücken-Bögen, ſo ſtreben dieſe, das Joch lothrecht mit einer Kraft in den Boden zu drücken, die der halben Laſt jeder, mit dem Druck des Fahrganges auf die Oberſchwelle des Jochs gleich iſt; während der Seiten-Druck der einen, ſich gegen den Seiten-Druck der andern aufhebt, im Fall die Brücken gleiche Laſten haben.

Würden nun die Pfähle des Jochs in das Grund-Beet nicht ſo tief eingerammet ſeyn, daß ſie durch jene Laſt noch tiefer in den Boden ſinken müſten, ſo kämen die Schwellen der Oeffnungen aus ihrer Horizontal-Ebene; würden ſich aber deſſen ungeachtet in ihrem verticalen Stand erhalten, weil der Druck der einen Oeffnung ſich gegen den Druck der andern aufhebt; es würden ſich nur die Bögen jener Oeffnungen deformiren, für welche dieſer Fall Statt findet.

Hat hingegen die Brücke mehr als ein Joch, oder mehr als zwey Oeffnungen, und das Joch DF in Fig. 6. iſt geſunken, ſo drückt nun der Bogen GF gegen das

Joch

LB Coburg

Joch GC nicht mehr ſo ſtark, als der Bogen HG gegen das nemliche Joch wuchtet, weil die gröſsere Wucht der Bögen GF gegen das Joch DF fällt.

Es müſte daher das Joch GC ſich in ſo weit biegen, als die Ueberwucht der Seite HG daſſelbe biegen kann; und die Bögen HG und GF würden ſich gegen das Joch DF ſenken, das durch ſein Biegen den Bogen FE ſtärker biegen oder deformiren, und den Seiten-Druck auf das Widerlager in B vermehren müſte; das die Ueberwucht des Ganzen auszuhalten hat.

Immer müſſen daher die Joch-Pfähle ſo tief in den Boden eingerammet werden, daſs ſie unter der Laſt der auf ihnen ruhenden Brücken-Bögen nicht mehr tiefer ſinken können; ſie müſſen, wenn auch der Druck und Gegendruck der Oeffnungen der Brücke unter ſich gleich, und die Jochſchwellen unter ſich ſetzwägig ſind, dennoch ſo ſtark ſeyn, daſs ſie ſich nicht merklich biegen, wenn eine die Brücke paſſirende Laſt die Bögen jeder Oeffnung nach der andern bieget oder deformiret, und dadurch einen Seitendruck gegen die Joche veranlaſſet.

Insbeſondere aber müſſen die Joche gegen das Ausſpielen durch Faſchinen immer verwahret werden; weil ihre Biegſamkeit mit der Tiefe des feſten Grundes unter den Schwellen zunimmt; wobey es ſich an und für ſich verſtehet, daſs die Joche durch ſchiefe Pfähle oder Eisbrecher gegen den Eisgang beſtens geſichert werden.

Um das bisher über die Joche angeführte durch ein Exempel zu erläutern, berechne ich den Seitendruck auf ein Joch von 12 Pfählen, in 18 Zoll Vierung, und nehme an, die Mittel-Linie, in welcher der Seitendruck der Bögen auf das Joch vor ſich gehet, falle 12 Fuſse von jener Erdſchicht des Bodens ab, die ſich nicht mehr zuſammendrücken läſst; oder der Abſtand des feſten, unbiegſamen Bodens von jener Linie ſey 12 Fuſse. Auch ſey der

der Druck, welcher einen ſolchen Pfahl in dieſen Umſtänden auf einen Zoll bieget, $= Q$.

Nun wird aber, nach §. 2., ein fichtener Balken von 16 Zollen Vierung, in einer Länge von $53\frac{1}{2}$ Fußen, durch eine Kraft von 263 Pfunden auf $3\frac{1}{2}$ Zoll gebogen; ſein halber Arm iſt daher 26 Fuße; da er hingegen für das Joch nur 12 Fuße iſt.

Setzt man nun in der Biegungs-Function §. 2. III. $h = b = 16$ Zolle; $H = B = 18$ Zolle; $c = 3\frac{1}{2}$ Zolle $= \frac{7}{24}$ Fuße; $l = 26$; $L = 12$ Fuße; $C = 1$ Zoll $= \frac{1}{12}$ Fuß; und $P = 263$; ſo iſt

$$Q = 1224.$$

Nun hat aber das Joch 12 dergleichen Pfähle; es würde alſo ein Seiten-Druck von 1224 . 12 oder 14688 Pfunden, dieſes Joch erſt um einen Zoll aus ſeiner Vertical-Ebene drücken können.

Stünde hingegen die Mittel-Linie des Seiten-Drucks von der feſten Erdſchicht nochmal ſo hoch, oder 24 Fuße ab, ſo würde ein Seiten-Druck von 1836 Pfunden das Joch ſchon um einen Zoll biegen.

Je höher daher die Mittel-Linie des Seiten-Drucks an dem Joche von dem Grund-Beet des Flußes, oder eigentlich von jener Schicht deſſelben abſtehet, von welcher an der Boden ganz unnachgiebig zu werden beginnet, um ſo gefährlicher wird der Seiten-Druck den Jochen; und um ſo nothwendiger iſt es, die Joche der Brücke, durch ſtetige Unterhaltung ihres Faſchinenbaues, gegen das Ausſpielen beſtens zu ſichern.

Die Hebung der Brücke durch das Weichen ihrer Joche.

IV. Weichet das Joch einer Brücke von 2 Oeffnungen durch ſein Ausſtößen, oder durch andere Umſtände, nach

nach einer Seite über, ſo erweitert ſich die Sehne des einen Bogens, und die Sehne des andern wird um ſo viel enger, als das Joch außer der Vertical-Ebene gewichen iſt.

Es ſetzet ſich dadurch der eine Bogen nach einer Krümmung von größerem Halbmeſſer, während der andere gleichzeitig in ſeiner Mitte ſich um ſo viel hebt, als jenes Ausweichen beträgt.

Iſt nun die halbe Oeffnung des ſich hebenden Bogens für den Halbmeſſer $= R$, in ſeinen natürlichen Umſtänden $= M$; und ſeine Höhe $= C$; und das Joch drücket ſich nach dieſer Seite um ΔM, ſo heben ſich die Scheitel dieſes Bogens um ΔC; und es iſt nach der Gleichung für den Kreis

$$M^2 = 2RC - C^2; \quad \text{auch } \Delta C = \frac{M \cdot \Delta M}{R - C}.$$

Für die Freyſinger Brücke iſt $M = 79\frac{1}{2}$; $C = 12$; $R = 269,35$; mithin

$$\Delta C = \frac{159}{514,7} \cdot \Delta M.$$

Bieget ſich nun das Joch um einen Zoll über, ſo hebt ſich auch dieſe Seite der Brücke in ihrem Scheitel um $\frac{3}{10}$ Zolle; und die andere ſenket ſich um eben ſo viel.

Die Aufſtauung des Flußes, durch die Pfeiler und Joche.

V. Je breiter nun die Brücken-Pfeiler in dem Fluße errichtet ſind, um ſo mehr verengen ſie das Fluß-Beet ſelbſt; und wenn auch die Joche an und für ſich nur ſchmal ſind, III. b., ſo verengen doch die Steinlager und Faſchinaden, durch welche ſie gegen das Ausſpielen geſichert werden, das Fluß-Beet um ſo mehr, je breiter nach der Tiefe des Flußes dergleichen Anlagen, oder Joch-Inſeln gemacht werden müſſen.

Je

Je mehr aber durch dieſe Inſeln das Fluß-Beet verenget wird, um ſo mehr muß ſich das Waſſer aufſtauen, weil es eine grőßere Hőhe gewinnen muß, um jene Geſchwindigkeit zu erhalten, mit welcher nach wie vor gleiche Waſſer-Mengen das Profil des Flußes an der Stelle der Brűcke paſſiren kőnnen.

Die Aufſtauung des Waſſers wird daher auf jeden Fall um ſo grőßer ſeyn, je geſchwinder der Fluß an der Stelle der Brűcke, vor Etablirung der Joch-Inſeln ſtrőmet, und je ſtärker ſein Beet durch ſolche Anlagen verenget wird.

Es ſey nun das Profil des Flußes innerhalb der Widerlager der Brűcke $= a$; und ſeine vorige Geſchwindigkeit $= c$. Nachdem nun die Joch-Inſeln etablirt wurden, verbleibet fűr den freyen Lauf des Flußes noch ein Profil von b Fußen; und ſein Waſſer beweget ſich nun mit einer Geſchwindigkeit γ.

Je grőßer nun das vorige Profil (a) mit dem nachmaligen (b) iſt, um ſo grőßer wird auch die Geſchwindigkeit (γ) in Vergleich mit der Geſchwindigkeit (c) ſeyn műſſen; oder es wird ſeyn

$$c : \gamma = b : a; \text{ oder } \gamma = \frac{ac}{b}.$$

Nun bezeichne ferner der Buchſtabe (g) die Beſchleinigung der Schwere fűr die erſte Zeit-Secunde; und α und β die den Geſchwindigkeiten c und γ zugehőrige Fallhőhen; ſo iſt einmal $c = 2.\sqrt{\alpha\gamma}$; $\gamma = 2.\sqrt{\beta\gamma}$; mithin

$$\alpha = \frac{c^2}{4g}; \text{ und } \beta = \frac{a^2 . c^2}{4g . b^2};$$

und es wird ſich deswegen das Waſſer in dem Fluße um ($\beta - \alpha$) Fuße aufſtauen műſſen, weil man die fűr ſo groſe Oeffnungen ganz unbedeutende Zuſammenziehung des Waſſers gänzlich beſeitigen kann; und es wäre ſonach

nach die durch die Joch=Inſeln bewirkte Aufſtauung des Waſſers

$$\text{gleich } \frac{c^2}{4g}\left(\frac{a^2 - b^2}{b^2}\right).$$

Es ſey z. E. in Fig. (6.) für die hydrometriſche Weite AB des Flußes ſein Profil, bey der Waſſer=Höhe AU = BZ gleich a; und die Summe der Querſchnitte der Joch=Inſeln NMPQ = d; ſo iſt b = a — d.

Setzt man ferner a : b = 1 : μ; ſo iſt auch die Aufſtauung

$$x = \frac{c^2}{4g}\left(\frac{1 - \mu^2}{\mu^2}\right) \text{ Fuße.}$$

Es ſey z. E. das Profil des Stromes bey einer Waſſer=Höhe, welche die Schwelle des Joches beynahe erreichet, 3220 Quadrat=Fuße. In dieſen Strom wird das Joch einer Brücke von 2 Oeffnungen etablirt, das mit ſeiner Inſel einen Flächen=Schnitt von 80 Quadrat=Fußen, in ſeiner größten Breite hat.

Für dieſen Fall iſt alſo a = 3220; b = 3220 — 80 = 3140; und $\mu = \frac{314}{322}$.

Nach Baieriſchen Fußen iſt ferner die Beſchleunigung der Schwere oder g = 16,800735 Fuße.

Hätte nun der Fluß vor Etablirung des Jochs eine Geſchwindigkeit von 8 Fußen auf die Secunde gehabt, ſo würde er ſich durch daſſelbe aufſtauen,

$$\text{um } \frac{64}{4.16,8} \cdot \frac{5088}{98596} = \frac{1}{20} \text{ Fuß oder } \frac{3}{5} \text{ Zolle.}$$

Dieſes möchte die Aufſtauung des Waſſers durch die Freyſinger Brücke ſeyn, für den Fall, daß das Waſſer mit einer Geſchwindigkeit von 8 Fußen fließet; es iſt die Aufſtauung durch das Joch ſelbſt auf den Fall, wenn das Waſſer mit 16 Fußen ſich bewegte, nur $\frac{4}{5}$ Fuß oder $2\frac{2}{5}$ Zolle.

Wirkung des Eisganges auf die Bogen-Brücke.

VI. Der Eisgang auf großen Strömen iſt bekanntlich eines der fürchterlichſten Phänomene der Natur; er nimmt nur gar zu oft die Joche der Bock- oder Joch-Brücken mit, wenn Eismaſſen und anderes, was der Strom mit ſich führet, an denſelben anſtoßen, die nach ihrer Größe zwiſchen den Jochen nicht mehr hindurch paſſiren können, wo ſich alſo Schollen an Schollen und anderes anſchließen, bis das Joch dem Druck nachgeben muß, und ſo mit ihnen ein Theil, nicht ſelten auch die ganze Brücke ſelbſt mitgenommen wird!

Statt deſſen gewähren aber die Bogen-Brücken beym Eisgang den großen Vortheil, daß, nach ihren großen Oeffnungen, auch die breiteſten Eisſchollen und anderes unter ihnen hindurch paſſiren kann; ſie können alſo immer noch beſtehen, wenn an dem nemlichen Strom der Eisgang die Bock-Brücken mitnimmt; die Bogen-Brücken gewinnen durch ihre Ausdaurung auch von dieſer Seite einen großen Vorzug vor den gewöhnlichen Joch-Brücken; wenn ſie anders ſo hoch angelegt werden können, daß der Eisgang die Unterlager ihrer Bögen an den Widerlagern nicht erreicht; und auſſerdem ihre Joche ſelbſt ſo feſte ſind, daß ſie durch den Stoß der Schollen nicht leiden.

Um nun die Wirkung des Eisganges ſtatiſch zu erwägen, ſtelle ich über denſelben folgende Betrachtungen an.

Ich nehme an, das Waſſer ziehe ſich unter der Brücke mit einer Geſchwindigkeit von (c) Fußen in einer Secunde durch, die einer Fall-Höhe von (a) Fußen zukommt; und (g) bezeichne die Beſchleunigung der Schwere; ſo iſt einmal $a = \frac{c^2}{4g}$;
in welchem Ausdruck $g = 16{,}8$ Baieriſche Fuße iſt.

Es

Es ſtröme nun eine feſte Maſſe in dem Strome fort, deren Gewicht P iſt, und ſtoße an dem Eisbrecher des Joches der Brücke an, welcher mit dem Horizonte den Winkel β macht; ſo verhält ſich das Moment des Stoßes,

wie $P . c . \sin\beta$;

oder der Stoß iſt um ſo ſtärker, je größer das Gewicht des anſtoßenden Körpers, und je größer die Geſchwindigkeit des Stroms an der Brücke iſt, und je näher der Winkel β einem rechten kommt.

Es ſey z. E. die anſtoßende Maſſe ein Eisſchollen von 20 Fußen Vierung und ein Fuß Dicke; und die Geſchwindigkeit des Waſſers 10 Fuße auf eine Secunde, und der Winkel $\beta = 80°$.

Nun iſt einmal der Inhalt des Schollens = 400 Cub. Fuße, und ſein Gewicht $\frac{9}{10} . 400 . 50 = 180$ Centner beynahe.

Auch iſt ferner die Fall-Höhe, welche der Geſchwindigkeit des Waſſers zukommt, oder $u = \frac{100}{4 . 16,8} = 1\frac{1}{2}$ Fuße; auch iſt $\sin 80° = 0{,}984$; und es iſt deswegen die Wirkung des Schollens auf das Joch eben ſo groß, als wenn eine Laſt von $0{,}984 . 180$ oder 177 Centner von einer Höhe von $1\frac{1}{2}$ Fußen auf daſſelbe fiele.

Wiegt ein Rammen 12 Centner, und fällt 4 Fuße hoch herunter, ſo iſt das Moment ſeiner Wirkung $12 . 4 = 48$; es iſt eben ſo das Moment des Schollens $177 . 1\frac{1}{2} = 265\frac{1}{2}$; beyde verhalten ſich alſo gegen einander, wie $48 : 265\frac{1}{2}$; das iſt, das Moment des Stoßes des Schollens iſt $5\frac{1}{2}$mal größer, als das Moment des Stoßes eines Rammens von 12 Centnern, der 4 Fuß hoch herunter fällt; oder das Moment des Stoßes iſt $5\frac{1}{2}$mal größer, als das Moment der Kraft, welche den Balken ſenkrecht in den Boden treibt.

Hat nun das Joch 8 ſolcher Pfähle, ſo vertheilet ſich der Stoß auf alle dieſelben gleichzeitig; es iſt daher

die Wirkung des Stoßes des Schollens noch $\frac{11}{16}$ der Kraft, welche ſie ſämmtlich in den Boden treibt.

Iſt der Eis-Pfahl des Joches dermaſſen keilförmig zugehauen, daß ſeine lange Seite ſich zu ſeiner Stärke wie 3 : 2 verhält, ſo iſt die Wirkung jenes Stoßes auf das Joch noch $\frac{2}{3} \cdot \frac{11}{16}$ oder $\frac{11}{24}$ jener Kraft, welche die Joch-Pfähle in den Boden treibt.

Dieſem Stoß nun widerſtehet das Joch durch die Reſiſtenz der feſten unbiegſamen Schichten des Grundes, in welchem ſeine Pfähle ſtecken, und durch die Laſt der Brücke, welche auf ſeinen Traggurten ruhet; es beſtehet fortan, ſo wie dieſe Reſiſtenz größer, als der das Joch treffende Stoß iſt.

§. 16.

Function der Tragbarkeit einer hölzernen Bogen-Brücke.

Reaction des Fahrganges der Brücke.

I. Der Fahrgang einer hölzernen Bogen-Brücke beſtehet immer aus neben einander gelegten Straßenbäumen, die ihrer Länge nach zugeſchifftet ſind, und ſämmtlich auf den Schwellen der Bögen der Brücke, und der Stützſäulen ihrer Widerlager aufliegen. Er iſt gewöhnlich mit Dielen oder Deckblanken belegt; und die Stärke ſeiner Straßenbäume und der Abſtand derſelben von einander, richtet ſich nach der Weite der Schwellfelder, nach der Frequenz der Paſſage, und nach der Laſt der Frachtwägen, welche die Brücke paſſiren. Der gewöhnliche Abſtand dieſer Straßenbäume iſt $3\frac{1}{2}$ Fuß, in 12 Zoll Vierung.

Mit dem Fahrgang ſind ferner die Streichhölzer, und überhaupt die Landerhölzer der Brücke, durch die Landerſäulen, und insbeſondere durch die das Ganze verbindende Schrauben, in innigſter Verbindung, ſo daß das Landerwerk der Brücke mit dem Fahrgang ein unzertrennliches Ganzes ausmacht, das deswegen durch äußere Urſachen, auch gleichzeitige conforme Aenderungen erleiden muß.

Eine Laſt, welche den Fahrgang und mit dieſem auch die Bögen der Brücke bieget, bieget daher auch gleichzeitig das Landerwerk der Brücke um gleichviel; und es hilft deswegen auch das Landerwerk, die Tragbarkeit des Fahrganges conſtituiren.

Ich rechne deswegen nach der Stärke, welche Hr. v. Wiebeking den Landerhölzern gibt, 2 derſelben mit einem Straßenbaum gleichachtig; und gebe deswegen den Fahrgang immer 2 Straßenbäume zu.

So wie aber eine Laſt den Fahrgang mit dem Landerwerk und die Bögen der Brücke in ihrem Scheitel bieget, ſo erfähret derſelbe ſämmliche in (§. 12.) angeführte Veränderungen; es hebet ſich ſein Vorder- und Hintertheil, während ſeine mittlere Hälfte von D bis L in Fig. (4.) ſich ſenket; es krümmet ſich dabey der Fahrgang zwiſchen ſeinen Schwellen D und L nach einer krummen Linie, deren Ordinaten ſich durch die Senkungen der Bögen in den Stellen N „ H „ K ergeben, auf welche die Schwellen drücken, welche die biegende Laſt unmittelbar zu tragen haben.

Ueber dieſen Schwellen vertheilet ſich nun auch die biegende Laſt nach der Zahl der Schwellen, welche ſie tragen; es trägt z. E. jede $\frac{1}{5}$ der Laſt, wenn die Brücke zwiſchen D und L, 4 Schwellenfelder, alſo 5 Schwellen hat, auf welche die Laſt ſich vertheilt.

Hat die Brücke überhaupt von einem Mittelpunct E zum andern der Schenkel ihrer Bögen (u) Schwellenfelder, ſo vertheilet ſich die ſie biegende Laſt über (u + 1) Schwellen, und es trägt deswegen auch die mittlere Schwelle in den Scheitel ihrer Bögen $\frac{1}{u + 1}$ der biegenden Laſt.

Außerdem vertheilet ſich auch die in der Mitte des Fahrganges befindliche Laſt, über ſeine allda neben einander liegende Straßenbäume, ſo wie über jene 2, welche für die Landerhölzer gelten.

Hat z. E. die Brücke 7 Straßenbäume, ſo trägt einer in den andern $\frac{1}{7 + 2}$ der Laſt, welche auf ihre mittlere Schwelle trift. Wäre z. E. die biegende Kraft 9000 Pfund, und die Zahl der Schwellen, über welche ſie ſich vertheilt, wäre 5; ſo trägt eine in die andere 1800 Pfund; und dieſe 1800 Pfunde vertheilen ſich abermals unter die 9 Straßenbäume, wornach auf einen in den andern eine Laſt von 200 Pfunden trift.

Ruhete nun der Fahrgang einzig auf ſeinen äußerſten Schwellen über D und L, ſo würde er durch die in ſeiner Mitte drückende Laſt von 1800 Pfunden, ſich eben ſo niederbiegen, als er ſich biegen würde, wenn an jedem ſeiner 9 Straßenbäume in ihrer Mitte, eine Laſt von 200 Pfunden herunter hienge. Er wird ſich unter dieſer Laſt um ſo tiefer biegen, je größer der Abſtand DL der Schwellen, und je ſchwächer ſeine Straßenbäume an und für ſich ſind.

Würde nun ein anderer Fahrgang unter gleichen Umſtänden und der nemlichen Laſt nur halb ſo viel in ſeiner Mitte ſich biegen, ſo wäre er in den bisherigen Sinn der Tragbarkeit, zweymal tragbarer, als jener; oder es verhielten ſich die Tragbarkeiten der Fahrgänge der Brücken, verkehrt, wie die Biegungen, welche ſie unter

gleichen in ihrer Mitte ruhenden Laſten, erleiden.

a. Dieſe Tragbarkeit zu vergleichen, gehe ich abermals von dem Probe-Balken von 58 Fuß in 12 Zoll Vierung aus, §. 6. b., der ſich im grünen Zuſtande unter einer Laſt von 3247 Pfunden um 18 Zolle; in dem trockenſten Zuſtande aber nur um die Hälfte deſſen bieget. §. 12. III. b.

Es bezeichnen nun (h) und (b) die Höhe und Breite der Straßen-Bäume des Fahrgangs, und (l) den Abſtand der Schwellen D und L oder die halbe Länge der Brücke, ſo verhalten ſich, nach §. 2. II., für die nemliche Laſt die Biegungen des Probe-Balkens, und der Straßenbäume, wie

$$\frac{58^3}{12^3 \cdot 12} : \frac{l^3}{h^3 \cdot b}.$$

Bieget ſich nun der ausgetrocknete Probe-Balken unter einer Laſt von 3247 Pfunden um 9 Zolle, ſo biegt er ſich nach dem logiſtiſchen Geſetz unter $\frac{1}{3}$ der Laſt, um $\frac{1}{5}$ deſſen, §. 1.; oder er bieget ſich bey einer Belaſtung von 1082 Pfunden um $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$ Zolle.

Wenn ich nun die Straßenbäume des Fahrgangs mit dem Probe-Balken für gleichachtig und gleichſtark, und die halbe Länge der Brücke von D nach L zu 80 Fußen annehme, ſo werden ſich die Biegungen des Probe-Balkens und eines Straßenbaumes für einerley Laſt verhalten, wie

$$58^3 : 80^3 = \frac{9}{5} : 4{,}73.$$

oder ein ſolcher Straßenbaum würde ſich unter einer Laſt von 1082 Pfunden auf 4,73 Zolle biegen.

Hätte nun der Fahrgang der Brücke 9 ſolcher Straßen-Bäume, ſo würde er ſich auch unter der 9mal größern Laſt, oder unter 9738 Pfunden erſt auf 4,73 Zolle biegen; er

er würde ſich nach dem logiſtiſchen Geſetz der Biegung unter $\frac{1}{3}$ dieſer Laſt, oder unter 3246 Pfunden erſt um $\frac{1}{5}$ deſſen, oder um 0,446 Zolle biegen; er würde ſich deswegen auch unter einer Laſt von 3430 Pfunden in ſeiner Mitte um einen Zoll ſenken.

Sinkt aber der Fahrgang unter dieſer Laſt auf einen Zoll nieder, ſo ſtrebet er auch durch die natürliche Elaſticität ſeiner Straßenbäume ſeine geradlinichte Figur ſtetig herzuſtellen, und ſtellet auch dieſelbe ganz wieder her, ſo wie der Druck der Laſt aufhöret.

Es reagiret daher der Fahrgang der ihn biegenden Laſt, und wirket dadurch der Laſt aufwärts entgegen, die ihn mit dem Brücken-Bogen gleichzeitig bieget: es muß die Laſt, welche den Fahrgang und die Brücken-Bögen um einen Zoll biegen ſoll, der Summe der Laſten gleich ſeyn, welche den Fahrgang und die Brücken-Bögen um einen Zoll bieget.

In dieſem Fall wäre alſo die Reaction des Fahrganges, wenn er auf eine Länge von 80 Fußen, auf einen Zoll in der Mitte niedergebogen wird, einer Kraft von 3430 Pfunden gleich.

h. Um nun auch einen allgemeinen Ausdruck für die Reaction des Fahrganges einer Brücke zu finden, auf den Fall, daß derſelbe auf einen Zoll in der Mitte ſeiner afficirten Länge gebogen wird, ſetze ich den Theil der Länge des Fahrganges, in ſoweit derſelbe die Biegung verſpühret, $= l$; ſetze die Höhe und Breite ſeiner Straſſenbäume (h) und (b), und nehme an, daß dieſe immer auf ihrer ſchmalen Seite liegen.

Auch habe der Fahrgang (n) Straßenbäume neben einander, und das Geländerwerk kann, ſeiner Reaction nach, mit (μ) Straßenbäumen gleichachtig genommen werden.

Nach

Nach den bisherigen Betrachtungen wird daher ein Straßenbaum des Fahrgangs ſich unter einer Laſt von 1082 Pfunden, um (u) Zolle biegen; und es iſt

$$\frac{58^3}{12^3 \cdot 12} : \frac{l^3}{h^3 \cdot b} = \frac{9}{5} : u;$$

$$\text{alſo } u = \frac{l^3}{58^3} \cdot \frac{12^3}{h^3} \cdot \frac{12}{b} \cdot \frac{9}{5} \text{ Zolle.}$$

Nun hat aber der Fahrgang der Brücke $(n + \mu)$ Straßenbäume; er ſenket ſich alſo auch unter einer $(n + \mu)$mal größern Laſt erſt auf u. Zolle; er ſetzet ſich auch nach dem logiſtiſchen Geſetz unter einer Laſt von $\frac{1}{3}(n + \mu)$ 1082 Pfunden, um $\frac{1}{5}$ u. Zolle.

Bezeichnet nun P die Laſt, unter welcher der Fahrgang ſich auf einen Zoll bieget, ſo iſt auch

$$\tfrac{1}{5} u : 1 = \tfrac{1}{3}(n + \mu) \cdot 1082 : P;$$

$$\text{alſo } P = \tfrac{5}{3} \cdot \frac{(n + \mu) \cdot 1082}{u}.$$

Für die Freyſinger Brücke iſt der Werth von l ihrer halben Länge oder 80 Fußen gleich; und ihre Straſſenbäume haben 12 Zoll Vierung; mithin iſt für ihren Fahrgang

$$u = \frac{80^3}{58^3} \cdot \frac{9}{5} = 4{,}73 \text{ Zolle.}$$

Sie hat ferner 7 Straßenbäume und das Geländerwerk für 2 derſelben gerechnet, iſt $u + \mu = 9$; mithin

$$P = \frac{5}{3} \cdot \frac{9 \cdot 1082}{4{,}73} = 3431 \text{ Pfunde.}$$

Bezeichnen für eine andere Brücke L „ H „ B, mit l „ h „ b, gleichnahmige Dinge; ſo iſt einmal

$$u : u' = \frac{l^3}{h^3 \cdot b} : \frac{L^3}{H^3 \cdot B};$$

$$\text{alſo auch } P : P' = \frac{(n + \mu) \cdot h^3 \cdot b}{l^3} : \frac{(n' + \mu') \cdot H^3 \cdot B}{L^3}.$$

Wäre der Fahrgang einer Brücke B dem einer Brücke A ganz gleich, nur hätte derſelbe nach der größern Breite der Brücke 12 Straßenbäume; ſo iſt

$$P : P' = 9 : 12 + 3 = 9 : 14; \text{ alſo}$$
$$P = 5336 \text{ Pfund.}$$

Der Fahrgang dieſer Brücke würde alſo einer Laſt, die ihn um einen Zoll bieget, mit einer Kraft von 5336 Pfunden reagiren.

Deformation der Brücke, durch eine ſie vorne oder hinten biegende Laſt.

II. Sind die Schrauben, welche die Curven zuſammen ſpannen, mit jenen, welche den Fahrgang und die Brücken-Geländer mit den Bogen verbinden, bis zum Stehen angezogen; die Curven ſelbſt durch Keile, welche zwiſchen die Widerlager und die Stützſäulen eingetrieben worden, aufs ſtärkſte geſpannt, auch die Curven ſelbſt, wo ſich Lücken zwiſchen ihnen zeigen möchten, ſo wie ihre Schifftungen, und Einplättungen der Geſchwelle beſtens ausgekeilt; auch die Windruthen, Zug- und Creuzſtreben in gehöriger Spannung ihres Orts angebracht — ſo ſetzet ſich nun der auf ſolche Art conſtruirte feſte Brükken-Körper, nach den in §. 12. betrachteten ſtatiſchen Geſetzen, dergeſtalt in ſeiner Mitte, daß nun der Gleichgewichts-Zuſtand ein Druck und Gegendruck auf beyden Seiten, gegen die Vertical-Fläche durch die Scheitel ihrer Bögen hergeſtellt iſt.

Es ruhet dabey der Fahrgang der Brücke mit ſeiner Bekieſung und Landerwerk auf den Scheiteln ſämmtlicher Bögen der Brücke, auf den Stützſäulen der Widerlager, und auf den Schwellen ihrer Schwellfelder, und die Laſt iſt auf der Brücke zu beyden Seiten ihrer Vertical-Ebene, durch die Scheitel ihrer Bögen, oder auf ihrer rechten

und linken Seite, gleich vertheilt; mithin auch die Momente der Belaſtung auf einer Seite ſo groß als auf der andern.

Es drücket dabey die Brücke gegen ihre Widerlager zu beyden Seiten gleichſtark, und gegen jedes derſelben mit einer Kraft, welche der noch übrigen Elaſticität ihrer Curven, oder ihrer Reaction und der Biegung zukommt, welche ihre Curven in der Mitte ihrer Seiten, durch das ſtatiſche Setzen des Ganzen, erleiden müſſen.

a. Dieſer Gleichgewichts-Zuſtand der Brücke ändert ſich ſo, wie eine Laſt Z ihre Bögen in der Stelle E. Fig. (10.) nach der Loth-Linie EN ſenkrecht drücket. Es wuchtet die Brücke nach dieſer Seite, um dieſe Laſt ſtärker; und wenn die Laſt ſo groß iſt, daß ſie die Bögen der Brücke um den Theil EG biegen kann, ſo ſtemmet ſich jeder Theil ihrer Bögen DE an das Widerlager in D an, während der übrige Bogen EAB ſich um ſo ſtärker wölbet, und ſich an das Widerlager in B andrücket, das ſein Ausweichen hindert. Es wölbet ſich unter dieſen Umſtänden jeder Bogen der Brücke eben ſo, als wenn er frey oder unbelaſtet wäre, da die Wucht der einen Seite der Brücke an und für ſich durch die Wucht der andern aufgehoben wird; und jeder Bogen erhält in der Stelle bey K ſeine ſtärkſte Wölbung, die mitten zwiſchen ſeinen übrigen Theil EAB trift; und bieget ſich um HK aus, oder er deformiret ſich um dieſen Theil.

b. Alles kommt daher zunächſt darauf an, das Verhältniß zu finden, in welchem HK mit EG ſtehet, oder in welchem Verhältniß ſich der übrige Bogen EAB wölbet, wenn ſein einer Schenkel AED und EG flächer gedrückt wird.

Da hierüber keine Verſuche im Großen bekannt ſind, ſo habe ich deswegen, mit der Schiene (§. 6. a.) Verſuche

ſuche im Kleinen angeſtellt. Ich gab derſelben eine verſchiedene Spannung, indem ich ſie auf 500 „ 400 „ 300 des 1000 theiligen Nürnberger Maaßſtabs elevirte, und nahm für ihre 8 Theile, die entſprechenden Ordinaten, nach dem Maaßſtab ab.

Nachgehends beſchwerte ich den einen Schenkel der Schiene mit dem nemlichen Gewicht, deſſen ich mich bey den Verſuchen (§. 6.) bedient hatte, an verſchiedenen Stellen; maß die Ordinate dieſes Schenkels, und der gleichnahmigen des andern oder des übrigen Bogens; und fand hieraus, daß ſich die Wölbung des übrigen Bogens in ſeiner Mitte immer am größten zeigte; und daß ſich beynahe die Senkung EG zu der Wölbung HK, wie der Bogen DE zum Bogen EAB, oder auch, wie DN : NB verhalte.

Bezeichnet daher der Buchſtabe (β) die Wölbung HK des Bogens EAB, ſo iſt DN : NB = EG : β; oder
$$\beta = \frac{NB}{DN} \cdot EG = HK.$$

Verhält ſich nun dieß im Großen auch eben ſo, ſo wäre in dem vorhin conſtruirten Ausdruck für den Seiten-Druck §. 14. der Werth von HK aus EG, und dem Bogen DE bekannt.

Man kann ferner die Ordinate FH nach dem Aufriß des Bogens, und eben ſo auch FB meſſen, oder auch durch Rechnung finden; und ſich auf dieſe Art die für die Auflöſung des Ausdrucks nöthigen Data verſchaffen.

Es ſey z. E. der Center-Winkel DCB des Bogens $= \varphi$; und der Bogen DE : DAB = 1 : n; wo alſo der Buchſtabe (n) einen Bruch bezeichnet, oder DCE = $n\varphi$; ſo iſt
$$ECB = (1-n)\varphi; \text{ und}$$
$$DE : EG = EAB : HK; \text{ oder}$$
$$n\varphi : \alpha = (1-n)\varphi : \beta; \text{ mithin}$$
$$HK = \frac{1-n}{n} \cdot \alpha = \beta.$$

Ferner

Ferner iſt CEB = EBC = $90 - \frac{1}{2}(1-n)\varphi$; und

$$\text{Sin CEB} : \text{BC} = \text{Sin ECB} : \text{EB}; \text{ oder}$$

$$\text{Cos} \tfrac{1}{2}(1-n)\varphi : r = \text{Sin}(1-n)\varphi : \text{EB}.$$

$$\text{EB} = \frac{r.\text{Sin}(1-n)\varphi}{\text{Cos}\frac{1}{2}(1-n)\varphi}; \quad \text{FB} = \frac{r.\text{Sin}(1-n)\varphi}{2.\text{Cos}\frac{1}{2}(1-n)\varphi}.$$

Auch iſt weiters in dem rechtwinklichten Dreyeck FCB

$$1 : \text{BC} = \text{Sin FBC} : \text{FC}; \text{ oder}$$

$$1 : r = \text{Cos}\tfrac{1}{2}(1-n)\varphi : \text{FC}; \quad \text{FC} = r.\text{Cos}\tfrac{1}{2}(1-n)\varphi;$$

mithin $\text{FH} = r.(1 - \text{Cos}\frac{1}{2}(n-1)\varphi) = 2r.\text{Sin}\left(\frac{(1-n)\varphi}{4}\right)^2$.

Letztlich iſt noch $\text{tang ACB} = \text{tang}\frac{1}{2}\varphi = \frac{\text{MB}}{\text{MC}} = \frac{\text{M}}{r-\text{C}}$.

Um dieß mit einem Exempel zu erläutern, nehme ich an, jeder Bogen DAB habe eine Höhe AM = C = 12 Fuße, und eine Weite AB = 159 Fuße, und ſey aus 3 Lagen 14zolliger fichtener Balken zuſammengeſetzt, nach einem Halbmeſſer r = 269,35 Fußen. Auch werde derſelbe ſo, wie die übrigen Bögen der Brücke, gleichzeitig durch eine bewegliche Laſt in der Stelle bey E, um EG = 2,6 Zoll = α flächer gedrückt, und es iſt der Bogen DE = $\frac{1}{4}$ des Ganzen EAB; nun fragt ſichs: mit welcher Kraft das Ende jedes Bogens gegen ſein Widerlager in B drücken werde?

Für dieſen Bogen iſt alſo n = $\frac{1}{4}$; q = 3; M = $\frac{159}{2}$ = 79,5 Fuße, H = 14 Zoll; mithin

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}\varphi = \frac{79.5}{269{,}35-12}; \text{ oder } \tfrac{1}{2}\varphi = 17°,,10;$$

$$\text{und } \varphi = 34°,,20';$$

$$\text{und HK} = \frac{1-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}.2{,}6 = 7{,}8 \text{ Zoll} = \beta.$$

Eine Laſt, welche den Schenkel AD in ſeiner Hälfte E um 2,6 Zoll bieget, wölbet die andere Seite der Brücke um 7,8 Zolle.

Ferner

Ferner iſt $FB = 60{,}018$; $FB^2 = 3600$; $FH = 6{,}763$; $FH^2 = 45{,}7381$, womit alſo die für den Bogen veränderliche Werthe bekannt ſind. Es muß daher zunächſt der Werth des conſtanten Factors $\frac{3246}{O}$ berechnet werden.

Nun iſt aber $O = \frac{12^4 . 11 : 3}{28{,}8 . (28{,}8^2 + (\frac{11}{3})^2)}$; und

$$28{,}8^2 + (\tfrac{11}{3})^2 = 842{,}88.$$

$\log 12^4 = 4{,}3167248$	$\log 28{,}8 = 1{,}4593925$
$\log \frac{11}{3} = 0{,}5642714$	$\log 842{,}88 = 2{,}9257657$
$4{,}8809962$	$4{,}3851582.$

$$\log O = 0{,}4958380$$
$$\log 3246 = 3{,}5113485$$
$$\log \frac{3246}{O} = 3{,}0155105.$$

Es iſt ferner $\log 3 = 0{,}4776263$

$\log 14^4 = 4{,}5845120$

$5{,}0621383$

$\log \frac{3246}{O} = 3{,}0155105$

$8{,}0776488.$

Ferner iſt $HK = 7{,}8$ Zoll $= \frac{7\frac{4}{5}}{12} = \frac{39}{60}$ Fuß; und

$HK^2 = 0{,}4$ beynahe;

und $FB^2 + FH^2 = 3600 + 45{,}7381 = 3645{,}7381$;

$\log \frac{39}{60} = 0{,}8129133-1$; $\log 60 + \log 3645{,}7 = 5{,}3399322$;

alſo $8{,}0776488$

$0{,}8129133-1$

$7{,}8905621-$

$5{,}3399322$

$2{,}5506299$

Abſolut-Zahl $= 355{,}32.$

Der

Der Seiten-Druck des Schenkels EAB gegen ſein Widerlager in B wäre alſo 355,32 Pfunde; mithin der 3 Bögen der Brücke 1065,96 Pfunde.

Nach den nemlichen Principien iſt auch der Druck des Schenkels ED gegen das Widerlager in D gleich

$$q \cdot \frac{H^4. \quad EG}{DP.(DP^2 + EP^2)} \cdot \frac{3246}{O}.$$

Es verhält ſich alſo der Druck jedes Bogens, gegen ſeine Widerlager in B und D

$$\text{wie} \; \frac{HK}{(FB^2 + FH^2).FB} : \frac{EG}{DP.(DP^2 + EP^2)};$$

auch iſt $DP = r.\text{Sin}\, n\varphi$; und $EP = 2r.\text{Sin}\left(\frac{n\varphi}{2}\right)^2$.

Nun iſt aber in dem vorhandenen Fall $n = \frac{1}{4}$; $\varphi = 34°,, 20$, und $EG = 2{,}6$ Zoll; alſo

$$DP = 40{,}2 \text{ Fuß}; \text{ und } EP = 3{,}0285;$$
$$PD^2 + EP^2 = 1625{,}21.$$

Folglich verhält ſich der Seiten-Druck gegen das Widerlager in B, zu dem Seiten-Druck gegen das Widerlager in D, wie

$$\frac{7{,}8}{60.3645{,}7} : \frac{2{,}6}{40{,}2.1625{,}2} = 25353{,}12 : 20636{,}46;$$

oder es iſt der Seiten-Druck gegen das Widerlager in D. 870 Pfunde.

c. Noch iſt übrig die Laſt U auszumitteln, welche die Brücke in der Vertical-Ebene durch die Puncte E ihrer Bögen, um EG = 2,6 Zolle bieget, wozu ich folgenden Weg einſchlage.

Nach (I.) bieget ſich der Probe-Balken in einer Länge von 58 Fußen, in 12 Zolle Vierung, im ausgetrockneten Zuſtande, unter einer Laſt von 1082 Pfunden in ſeiner Mitte um $1\frac{4}{5}$ Zolle.

Hätte

Hätte nun der Balken die Länge DB, oder wäre er 159 Fuße lang, ſo würde er ſich unter dieſer Laſt um $\frac{159^3}{58^3} \cdot 1\frac{4}{5}$ Zolle in ſeiner Mitte biegen.

Wäre ſtatt deſſen der Balken 14 Zolle ins Quadrat, ſo würde er ſich in dem Verhältniß $14^4 : 12^4$ weniger biegen; er wird ſich alſo unter einer Laſt von 1082 Pfunden, um 19,06 Zolle biegen.

Wäre hingegen ſeine Tragbarkeit 15,566mal größer, oder der Tragbarkeit des Brückenbogens gleich, ſo würde er ſich unter dieſer Laſt nur um $\frac{19,06}{15,566}$ oder 1,224 Zolle biegen; er würde ſich alſo auch unter einer Laſt von 2298 Pfunden um 2,6 Zolle biegen.

Drückt hingegen dieſe Laſt den Balken ſtatt in ſeiner Mitte M, nun in der Stelle bey N, welche in die Verticale von E trift, ſo wird ſie wenigſtens in dem Verhältniß $\frac{DM}{DN}$ größer ſeyn müſſen, wenn ſie den Balken da auch um 2,6 Zolle biegen ſolle.

Iſt z. E. DN = $\frac{1}{2}$ DM, ſo müſte die Laſt 2mal größer, oder 4596 Pfunde ſeyn, wenn ſie den Balken in N um 2,6 Zolle biegen ſollte; ſie wird 3mal größer oder 13788 Pfunde ſeyn müſſen, wenn ſie 3 ſolche Balken neben einander um eben ſo viel biegen ſollte.

Da nun der Druck der Laſt auf die Bögen der Brücke immer ſenkrecht iſt, §. 12., ſo wird, wenn man indeſſen von der Reaction des Fahrganges abſtrahiret, die Brücke ſich unter dieſer Laſt ebenmäßig, wie jene Balken, biegen; eine Laſt von 5303 Pfunden würde alſo auch die Schenkel ihrer Bögen in ihrer Hälfte oder in den Stellen E und R um einen Zoll biegen.

So wie aber die Laſt in der Verticalebene durch die Mitte der Bogenſchenkel, dieſe allda um einen Zoll bieget, ſo muß ſie auch den Fahrgang der Brücke

gleich-

gleichzeitig um eben ſo viel biegen, welcher dieſer Biegung durch die natürliche Elaſticität ſeiner Straßenbäume reagiret.

Sie hebet dabey die Brücke auf der andern Seite, und der höchſte Krümmungs-Punct derſelben fällt in die Stelle bey Z; welcher von der Schwelle in G um GD + DL, oder $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ oder $\frac{3}{4}$ der ganzen Länge des Fahrganges GD obliegt.

Iſt nun für die Freyſinger Brücke GR = 160 Fuße, ſo iſt GL = 120 Fuße; die Laſt afficiret daher den Fahrgang bis auf 120 Fuß Länge.

Setzt man nun in (I.) den Werth von P = 3431 Pfunde für l = 80 Fuße, und L = 120 Fuße; ſo iſt auch

$$P : P' = \frac{1}{80^3} : \frac{1}{120^3} = 3^3 : 2^3;$$

alſo $\qquad P = 1016$ Pfunde.

Der Fahrgang würde alſo einer Laſt, die ihn in E um einen Zoll bieget, mit einer Kraft von 1016 Pfunden reagiren.

Bieget nun eine Kraft von 5303 Pfunden die Schenkel der Bögen der Brücke, in der Vertical-Ebene durch E um einen Zoll, ſo iſt deswegen die Laſt, welche den Fahrgang und die Brückenbögen allda um einen Zoll bieget, gleich 6319 Pfunde; und die andere Seite der Brücke hebet ſich in dieſem Falle um 3 Zolle.

Eine Laſt von 2106 Pfunden bieget daher auch die Schenkel der Brückenbögen in E um $\frac{1}{5}$ Zolle, und hebet die andere Seite der Brücke um $\frac{3}{5}$ Zolle!

Würde eine gleiche Laſt die Brücke auch auf ihrer andern Seite in Z in gleichem Abſtand vom Scheitel drükken, ſo würde ſich eine Biegung gegen die andere aufheben, und die Brücke höchſtens in ihrem Scheitel etwas gehoben werden; ſie wird eine conchoidale Figur an-

 nehmen,

nehmen, wenn die Schenkel ſo ſtark gebogen werden könnten, daß ſie ſich etwas hohl biegen müßten.

Je mehr daher die Laſt an den Widerlagern oder Jochen die Brückenbögen mit dem Fahrgang bieget, um ſo mehr deformiret ſie ihre Bögen!

Als bey der Freyſinger Brücke die Bekieſung von der einen Seite der Brücke begonnen wurde, während das Waſſer das feſte Land um das Joch um 5 Fuße ausgeflößet hatte, §. 15. III., drückte die Bekieſung das Joch zur Seite ſo, daß der eine Bogen ſich ſetzte und der andere ſich um 12 Zoll deformirte. S. 38. der Brückenbau-Kunde.

Die Bekieſung oder Chauſſetirung einer Bogenbrücke muß daher immer von ihrem Scheitel aus, auf beyden Seiten gleichviel vorſchreiten, weil die Brücke in ihrem Scheitel ihre größte Tragbarkeit hat, wie ich ſogleich zeigen werde.

Specifiſche oder relative Tragbarkeit hölzerner Bogen-Brücken.

III. Rückt die Laſt dem Scheitel der Brücke näher, ſo wird die Wölbung des übrigen Bogens immer kleiner; ja ſie vertheilet in dem Scheitel ſelbſt ihren Druck auf beyde Hälften der Brücke ebenmäßig; und bieget nun die Schenkel ihrer ſämmtlichen Bögen in ihrer Mitte um eben ſo viel aus, als ſie ihre Scheitel an Ort und Stelle bieget; es deformiret unter ſolchen Umſtänden jeder Bogen ſeine Figur, und die Aenderung des Ganzen iſt mit dem conform, was über das Setzen der Brücke in §. 12. angeführt worden.

Nun ſetzet ſich aber, nach §. 12. II., der zwiſchen ſeinen Widerlagern aufrecht ſtehende, aus lauter 12zolligen Probe-Balken aufgeſetzte Normal-Bogen, unter einer Laſt von 9600 Pfunden in ſeinem Scheitel, um 8¼ Zolle; und ſeine

ſeine Tragbarkeit verhält ſich zur Tragbarkeit des Probe-Balkens, wie 10,528.

Auch würde dieſer Bogen in ſeinem ausgetrockneten Zuſtande, nach §. 12. III. b. 2., unter der nemlichen Laſt nur um 4 Zolle ſich ſetzen.

Hat ein anderer Bogen B die Tragbarkeit Q, ſo ſetzet ſich dieſer Bogen unter einer Laſt von X Pfunden um γ Zolle; und es iſt nach §. 12. II.

$$4 : \gamma = \frac{9600}{10,528} : \frac{X}{Q}.$$

Es beſtehe nun dieſe Brücke aus (δ) Bögen, deren jeder die Tragbarkeit = Q hat; und ſeye in (f) Schwellenfelder abgetheilet.

Wird dieſe Brücke in ihrem Creuze mit einer Laſt Z belaſtet, ſo verbreitet dieſe ihre Wirkung auf $\frac{1}{2}$f der mittlern Schwellenfelder, folglich über ($\frac{1}{2}$f+1) Schwellen ebenmäßig; oder es trägt jede Schwelle $\frac{Z}{\frac{1}{2}f+1}$ Pfunde, und drücket mit dieſer Laſt ihres Orts auf die Bögen der Brücke. Dieſe Stellen ſind in Fig. (4.) in H„N„E auf der einen Seite der Brücke, und in H„K„Z auf der andern Seite.

Auch ſey der ſenkrechte Abſtand der Schwellen von dem Ruhepunct A gleich a„b„c„...t; oder (a) bezeichne Ae den Abſtand der über der Mitte der Schenkel der Bögen aufliegenden Schwelle; b der folgenden An und t. den ſenkrechten Abſtand der mittlern Schwelle von dem Ruhepunct.

Da nun hier die Bögen der Brücke in verſchiedenen Puncten gedrückt werden, ſo wird ſich nach §. 12. III. eine Laſt U ſubſtituiren laſſen, welche, indem ſie auf die Scheitel der freyen Bögen drückt, die Bögen eben ſo ſtark im Scheitel bieget, als ſie unter jener vertheilten Laſt gebogen werden.

Nun drückt aber jede der afficirten Schwellen den Bogen an ihrer Stelle mit einer Laſt $\frac{Z}{\frac{1}{2}f+1}$; es iſt daher das Moment der erſten über den Mittelpunct der Bogenſchenkel ſtehenden Schwelle gleich $\frac{a \,.\, Z}{\frac{1}{2}f+1}$; das Moment der folgenden $\frac{b \,.\, Z}{\frac{1}{2}f+1}$ und die Summe der Momente aller derſelben $\frac{1}{2}$ U t; mithin

$$\frac{Z}{\frac{1}{2}f+1} \,.\, (a+b+c \ldots t) = \tfrac{1}{2} U t; \text{ alſo}$$

$$U = \frac{2.Z.(a+b+c+\ldots t)}{(\frac{1}{2}f+1).t}.$$

Dieſer Druck der Laſt U vertheilet ſich aber über die (δ) Bögen der Brücke ebenmäßig; es trift daher auf einen in den andern

$$\frac{2.Z.(a+b+c+\ldots t)}{\delta.(\frac{1}{2}f+1).t} = X. \text{ Pfunde.}$$

Es ſetzet ſich daher auch jeder Bogen dieſer Brücke, mithin die ganze Brücke ſelbſt unter dieſer Laſt auf (γ) Zolle; und es iſt

$$4 : \gamma = \frac{9600}{10{,}528} : \frac{2.Z.(a+b+c+..t)}{Q.\delta.(\frac{1}{2}f+1).t};$$

oder

$$\gamma = \frac{8.Z.(a+b+\ldots t).\,10{,}528}{Q.\delta.(\frac{1}{2}f+1).t.\,9600} \text{ Zolle.}$$

Aus dieſem Ausdruck läſſet ſich auch die Laſt finden, welche indeſſen, ohne Rückſicht auf den Fahrgang, die Brücke um einen Zoll in ihrem Scheitel bieget. Es iſt nemlich für dieſen Fall

$$Z = \frac{1200.Q.\delta.(\frac{1}{2}f+1).t}{10{,}528.(a+b+c+t)}.$$

Für die Freyſinger Brücke iſt f = 8 Felder; und t = 80 Fuße; ferner a = 40; b = 60; t = 80; und Q = 15,566; und δ = 3; mithin

Z = 11834. Pfunde.

Eine

Eine Laſt von 11834, wenn ſie die Scheitel der 3 Bögen dieſer Brücke unmittelbar drückte, würde alſo dieſelbe um einen Zoll niederdrücken.

Bey der Brücke muß aber mit ihren Bögen auch gleichzeitig ihr Fahrgang ebenfalls um einen Zoll gebogen werden, der bey der Freyſinger Brücke (I.) durch ſeine Elaſticität mit einer Kraft von 3430 Pfunden widerſtehet. Es iſt daher die Laſt, welche die Brücke um einen Zoll in ihrem Scheitel bieget,

gleich 15264 Pfunden.

Eine Laſt von 5088 Pfunden bieget daher auch die Freyſinger Brücke nur um $\frac{1}{5}$ Zoll oder $2\frac{2}{5}$ Linien.

Um die Rechnung auch für die Augsburger Brücke zu führen, bemerke ich nach der Brückenbau-Kunde S. 23—29. über dieſelbe folgendes.

Dieſe Brücke hat 3 Oeffnungen, jede zu 118 Fußen, bey 11 Fuß Höhe und 26′„2″ Breite; und 6 Schwellfelder zu 19′„3..20 Fußen. Jede Oeffnung hat ferner 3 Bögen, jeder zu 3 Curvenlagern von 13—15 Zolle und 13 Zoll Breite, alſo im Mittel zu 14 Zoll Vierung!

Es verhält ſich daher auch, nach §. 7., die Tragbarkeit eines ihrer Bögen in den andern, wie 34,908; und es iſt deswegen in dem Ausdruck für Z

$$Q = 34{,}908;\ \delta = 3;\ \tfrac{1}{2}f = 3;\ t = 60 \text{ beynahe};$$

$$a = 20;\ b = 40.$$

$$\text{alſo } Z = \frac{1200 \cdot 34{,}908 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 60}{10{,}528 \cdot 120} = 23874 \text{ Pfunde.}$$

Die Laſt alſo, welche die 3 Bögen der Augsburger Brücke in ihrem Scheitel um einen Zoll bieget, würde 23874 Pfunde betragen.

Hiezu kommt noch die Laſt, welche auch ihren Fahrgang um einen Zoll bieget.

Nehme ich nun die Straßenbäume wieder zu 12 Zoll Vierung und nach der Zahl 7, wie bey der Freyſinger Brücke an; ſo iſt in dem Proportional-Satz 1.b:

$$P = 3430;\ L = 60;\ \text{mithin}$$

$$P : P' = \frac{1}{80^3} : \frac{1}{60^3} = 3^3 : 4^3;\ \text{alſo}$$

$$P = 8130\ \text{Pfunde.}$$

Addiret man dieſe Laſt zu der vorigen, ſo würde alſo eine Laſt von 32004 Pfunden, jede Oeffnung der Augsburger Brücke, erſt um einen Zoll biegen; eine Laſt von 10668 Pfunden würde alſo dieſelbe erſt um $\frac{1}{5}$ Zoll, oder um $2\frac{2}{5}$ Linien, mithin ganz unſpürbar biegen.

Wenn nun von 2 gleichen Balken der eine durch die doppelte Laſt um eben ſo viel, als der andere, durch die einfache Laſt in ſeiner Mitte gebogen wird, ſo iſt in dem bisherigen Sinn der Tragbarkeit, auch ſeine Tragbarkeit doppelt ſo groß als des andern Balkens.

Wendet man daher auch dieſen Satz auf die Brücken an, ſo verhielten ſich die ſpecifiſchen Tragbarkeiten der Freyſinger und Augsburger Brücken,

wie 5088 : 10668; oder wie 1 : 2,632.

Die Augsburger Brücke wäre alſo über $2\frac{3}{5}$ mal tragbarer als die Freyſinger; weil erſtere bey faſt gleichen Höhen eine kleinere Oeffnung hat als letztere.

Die Etringer Brücke iſt mit zwey Diagonal-Bögen conſtruirt! Drückt nun eine Laſt dieſe Brücke in ihrem Scheitel, ſo muß ſie außer dem Fahrgang der Brücke und ihren Seiten-Bögen, auch die vier an die Mittelſchwelle ſich ſtemmende Schenkel der Diagonal-Bögen biegen. Wenn daher die Laſt die ganze Brücke um einen Zoll biegen ſoll, ſo muß ſie auch jeden Schen-

kel

kel der Diagonal-Bögen um eben ſo viel biegen. Die Diagonal-Bögen verſtärken daher die Tragbarkeit der Brücke in ſoweit, als ſie ſelbſt eine Laſt erfordern, um einen Zoll gebogen zu werden.

Drücket die Laſt die Brücke außer ihrem Creuze, oder zwiſchen denſelben und den Widerlagern, ſo vertheilet ſich die Laſt auf die 2 Seitenbögen auf den Mittelbogen, und auf die 2 Schenkel ihrer Diagonal-Bögen, und außerdem trift auch noch ein proportionirlicher Theil auf die Enden der beyden Schenkel, die bey der Mittelſchwelle an dem Mittelbogen feſte ſind. Die Vertheilung der Laſt iſt alſo durch den Diagonal-Bogen wenigſtens in dem Verhältniß 3 : 5 größer, als bey Brücken, die mit keinem derſelben verſehen ſind: es biegen ſich daher auch ſolche mit Diagonal-Bögen verſehene Brücken, um $\frac{3}{5}$ deſſen, was ſie ſich ohne denſelben unter der nemlichen Laſt biegen würden; in ſofern die Diagonal-Bögen gleiche Stärke mit den übrigen Bögen haben.

Abſolute Tragbarkeit hölzerner Bogen-Brücken.

IV. Nach den in (III.) eruirten Reſultaten über die reſpective Tragbarkeit hölzerner Bogen-Brücken, drücket eine Laſt von 152,64 Centnern über dem Creuz der Freyſinger Brücke, dieſelbe um einen Zoll nieder; es würde daher auch nach dem logiſtiſchen Geſetz eine Laſt von 457,92 Centnern, dieſe Brücke in ihrem Creuze um 5 Zolle niederdrücken. Eine noch größere Laſt würde ſie alſo auch noch tiefer in ihrem Scheitel biegen, und es wird ſich deswegen auch eine Laſt denken laſſen, unter welcher die Brücke brechen müſte; und dieſe würde ihre abſolute Tragbarkeit ausdrücken.

Je mehr aber die Laſt die Brücke in ihrem Scheitel bieget, um ſo ſtärker wölben ſich die Schenkel ihrer Bögen auf, und biegen ſich nach einem kürzern Halbmeſſer; ſie werden in ihrem größten Krümmungs-Punct, der immer in ihre Mitte fällt, brechen, wenn ihr Krümmungs-Halbmeſſer ſo kurz wird, daß ſich die Fibern der Curven der Brücken-Bögen nicht mehr weiters an ihrer obern Seite dehnen laſſen!

Ich trage daher darauf an, die Laſt zu überſchlagen, unter welcher eine hölzerne Bogen-Brücke brechen müſte, wenn ſie in ihrem Scheitel aufgelegt werden könnte; und leite hiezu folgende Betrachtungen ein, indem ich vorläufig die Balken der Curven zu 14 Zoll Vierung annehme.

Nun beginnet aber, nach §. 3. c., ein fichtener ganz ausgetrockneter Balken von 50 Fuß Länge in 14 Zoll Vierung, zu brechen, wenn er auf beynahe 22 Zolle, oder auch $\frac{22}{12.50} = \frac{11}{300}$ ſeiner Länge gebogen wird, wofür ich der Kürze halber $\frac{1}{30}$ annehme; es beginnen alſo die Fibern ſeiner äußerſten Schicht zu reiſſen, wenn er nach einem Halbmeſſer

$$\text{von } \frac{25^2 + \left(\frac{11}{6}\right)^2}{2 \cdot \frac{11}{6}} = 171{,}37 \text{ Fußen}$$

gekrümmet wird; es werden daher auch die Fibern der Curven der Bögen der Brücke zu reiſſen beginnen, wenn ſie in dem höchſten Biegungs-Punct ihrer Schenkel, durch die auf das Creuz der Brücke drückende Laſt, bis auf dieſen Halbmeſſer gekrümmet werden!

Alles kommt daher zuvörderſt darauf an, die Krümmungs-Abſciſſe x. zu finden, bey welcher dieſer Vorgang eintretten muß; die außer der Sehne AB des Brücken-Bogens mit dieſem Krümmungs-Halbmeſſer in Beziehung iſt; welchen ich indeſſen mit ϱ. bezeichne.

Wenn

Wenn ich nun, was für einen Ueberſchlag genügen mag, annehme, daß ſich die Schenkel der Bögen kreisförmig wölben, ſo findet ſich hieraus die

Abſciſſe $x = \xi - \sqrt{(\xi^2 - BW^2)}$.

Für die Freyſinger Brücke iſt nun, nach §. 14. II., $BW = 40{,}2$, wofür ich aber wegen der Senkung des Scheitels A nur 40 annehme; mithin

$$x = 171{,}37 - \sqrt{27777} = 4{,}67 \text{ Fuße.}$$

Die Laſt, welche die Brücke brechen ſollte, müſte ſie alſo in ihrem Creuze um 4,67 Fuße niederdrücken! Nun bieget eine Laſt von 458 Centnern dieſe Brücke um 5 Zolle; wollte man daher die Laſten mit den Biegungen in Verhältniß ſetzen, ſo würde eine Laſt von $\frac{4,67}{5:12} \cdot 458 = 5139$ Centnern die Brücke zum Brechen bringen.

Ganz anders hingegen würde ſichs verhalten, wenn dieſe 5139 Centner über der Brücke ebenmäßig vertheilt werden könnten, ſo daß jeder Quadrat-Fuß derſelben gleiche Laſt drückte. Es ſinkt nemlich, nach §. 12. IV., dieſe Brücke durch ihre Bekieſung unter einer Laſt von 1721 Centnern, um 3,73 Zolle; ſie würde ſich alſo unter einer Laſt von 5139 Centnern beynahe um 11 Zolle ſetzen: und dieſe Brücke hat nach (III.) nur $\frac{5}{13}$ der Tragbarkeit der Augsburger Brücke!

§. 17.

Die Oſcillation der hölzernen Bogen-Brücke.

Unter der Oſcillation der Bogen-Brücke verſtehet Hr. v. Wiebeking die ſchwingende Bewegung, welche die Brücke zeiget, wenn eine bewegliche Laſt ſie paſſiret!

Dieſes Schwingen aber iſt partial, wenn nur der Fahrgang der Brücke in ſchwingende Bewegung kommt;

es iſt hingegen total, wenn mit dieſem auch die Seitenbögen und der Mittelbogen der Brücken ſich ſchwingen.

Erſteres Schwingen entſtehet immer, wenn die Laſt an Ort und Stelle die Straßenbäume des Fahrganges bieget, und ſie dadurch auf die nächſten Schwellen dergeſtalt aufdrücket, daß dieſe ſich allda aufwärts biegen; es entſtehet dadurch während der Paſſage der Laſt auf der Brücke eine wellenförmige Bewegung, die um ſo größer iſt, je ſtärker ſich die Balken, nach der Größe der Laſt, nach der Schwäche der Straßenbäume, nach ihrer geringen Anzahl über der Breite der Brücke, und insbeſondere nach dem großen Abſtand der Schwellen, auf welchen ſie ruhen, biegen müſſen.

Dagegen entſtehet das totale Schwingen der Brücke, wenn die Laſt ſo groß iſt, daß ſie ſämmtliche Bögen der Brücke in jener Vertical-Ebene bieget, in welche die Loth-Linie ihres Schwerpunctes fällt.

Wird nemlich ein Bogen DAB Fig. (10.) in der Stelle E um EG niederwärts gebogen, ſo deformiret er ſeine vorige Figur; es wird ſein Schenkel auf dieſer Seite um ſo flächer, je mehr er niederwärts gebogen wird, und da er dadurch um ſo länger wird, ſo ſchiebet er den andern Schenkel um ſo ſtärker gegen ſeine Widerlager an, der ſich nun, da ihm dieſes reſiſtiret, auch biegen muß; und es deformiret ſich unter ſolchen Umſtänden jeder Seitenbogen mit dem Mittelbogen, in dem After-Cirkel DGKB, der in K ſeine ſtarke Wölbung hat.

a. Dieſe Wölbung des einen Schenkels fällt um ſo ſtärker aus, und die Brücke erhebt ſich um ſo mehr in ihrem Scheitel, je näher der Schenkel an dem einen Widerlager in D, und je ſtärker er allda gebogen wird; es wird die Wölbung des andern Schenkels immer geringer,

ger, je näher die biegende Laſt dem Scheitel der Brücke kommt, §. 16. II.; der Bogen bieget ſich in ſeinen beyden Schenkeln gleichzeitig, und insbeſondere in der Mitte R′ und E derſelben am ſtärkſten aus, ſo wie der Schwerpunct der Laſt, über das Creuz oder Mitte der Brücke ſelbſt rückt, und ſie allda bieget; es gehet von nun an alles das mit dem Schenkel AED vor, was ſich zuvor mit dem Schenkel ARB ereignet hatte, ſo wie die Laſt über dieſen weiters paſſiret, und ihn nach und nach ſtetig bieget.

Bey ſo bewandten Umſtänden ändert ſich alſo die Form der Bögen der Brücke, während die Laſt die Brücke paſſiret, momentan, und vermehret dadurch die wellenförmige Partial-Schwingungen des Fahrganges; es ſtrebt dabey die Brücke ſtetig, durch die noch übrige Elaſticität ihrer Curven ihren Gleichgewichts-Zuſtand wieder herzuſtellen, und veranlaſſet dadurch eine zitternde Bewegung des Ganzen, das auch nachgehends noch einige Zeit, nachdem die Laſt die Brücke bereits paſſiret hat, in immer mehr abnehmenden Schwingungen andauert, bis die Bögen und der Fahrgang unter ſich ihren ſtatiſchen Gleichgewichts-Zuſtand wieder hergeſtellt haben, in welchem der eine Schenkel gegen den andern gleichen Druck äußert.

b. Nach dieſer Anſicht iſt daher einmal die totale Oſcillation der Brücke mit der natürlichen Elaſticität der Curven ihrer Holzart, und mit dem Zurückgehen ihrer gebogenen Balken, in nächſter Beziehung, wenn ſie von dem Lehrgerüſte herunter genommen, und über den Fluß oder Graben geſprengt werden; ſie iſt um ſo größer, je größer die natürliche Elaſticität der Holzart, und je größer ihr Zurückgehen nach dem Biegen iſt.

Bezeich-

Bezeichnet daher für eine Brücke A, der Buchſtabe E die natürliche Elaſticität der Holzart ihrer Bögen; und $1 : \nu$ das Verhältniß, in welchem die gekrümmten Balken, bis zu ihrer Verwendung, zurückgehen; ſo verhält ſich einmal die totale Oſcillation dieſer Brücke

wie $E . \nu$.

Drücket ferner eine Laſt die Schenkel der Bögen der Brücke in dem Abſtand DN vom Widerlager um $EG = \alpha$ Zolle nieder, ſo wölbet ſich der übrige Bogen EAB, in ſeiner Hälfte $EK = KB$ Fig. 10. um $HK = \beta$; und es iſt

$$DN : NB = \alpha : \beta; \text{ oder } \beta = \frac{NB}{DN} . \alpha;$$

das iſt: die Brücke hebt ſich an der entgegengeſetzten Seite um ſo mehr, je größer für den nemlichen Abſtand DN das NB, und je größer α iſt; ſie oſcillirt daher auch um ſo ſtärker, je ſtärker ſie auf der einen Seiten niedergedrückt, und auf der andern nach der Oeffnung des Bogens gehoben wird. Ihre Oſcillation verhält ſich daher auch für die nemliche Laſt, wie ihre Hebung (β).

Es iſt ferner für eine Brücke die Biegung in E unter einerley Laſt und Abſtand vom Widerlager, um ſo größer oder kleiner, je größer oder kleiner die Laſt iſt, welche ſie in ihrem Creuze um einen gewiſſen Theil, z. E. um einen Zoll niederbieget; oder es verhält ſich α. verkehrt, wie jene Laſt, welche die Brücke in ihrer Mitte um einen Zoll bieget.

Bezeichnet nun P die Laſt, welche die Brücke in ihrem Creuze um einen Zoll bieget; ſo verhält ſich nach dieſer Anſicht auch die Oſcillation dieſer Brücke

$$\text{wie } \frac{\nu . E . \beta}{P} = \varkappa.$$

Bezeichnet nun DN eine gewiſſe Diſtanz, z. E. von einer Ruthe oder 10 Fußen; und bezeichnet der Buchſtabe

ſtabe M die Oeffnung DB der Brücke; ſo verhält ſich auch

$$\beta = \frac{M - 10}{10};$$

und es verhält ſich mithin auch die Oſcillation der Brücke A,

$$\text{oder } \varkappa = \frac{\nu . E . (M - 10)}{10 . P}.$$

Es bezeichnen nun für eine ähnliche Brücke B, die Buchſtaben μ,, E',, N,, Q gleichartige Dinge, mit ν,, E,, M,, P der Brücke A; ſo iſt auch

$$\varkappa : \varkappa' = \frac{\nu . E . (M - 10)}{P} : \frac{\mu . E' . (N - 10)}{Q};$$

oder es verhalten ſich die Oſcillationen beyder Brücken beynahe, wie die Quotienten aus den Producten der natürlichen, und übrigen Elaſticität ihrer Curven in die Oeffnungen der Brücke, getheilt durch die Laſten, welche ſie in ihrem Creuze, um gleichviel niederdrücken.

Für die Freyſinger und Augsburger Brücke iſt einmal, nach §. 16. III., P = 5088; Q = 10688; M = 159; N = 118; und da beyde aus Fichtenholz conſtruirt ſind, ſo iſt E = E'; da auch nach §. 4. b. die Balken der Augsburger Brücke nach ihrem Abnehmen von dem Lehrgerüſte um die Hälfte ihrer Biegung zurück giengen, ſo iſt für ſie $\mu = \frac{1}{2}$. Nehme ich nun dieſes auch für die Freyſinger Brücke an, ſo iſt auch $\nu = \frac{1}{2}$; mithin verhalten ſich die Oſcillationen der Freyſinger und Augsburger Brücken, oder

$$\varkappa : \varkappa' = \frac{159}{5088} : \frac{118}{10688} = 11 : 4 \text{ beynahe.}$$

das iſt: die Oſcillation der Augsburger Brücke iſt nur $\frac{4}{11}$ der Freyſinger Brücke; oder die Schwingungen, in welche erſtere Brücke in Vergleich mit letzterer, unter einerley

Laſt

Laſt kommen, welche ſie beyde bieget, ſind beynahe 3mal kleiner, als bey der Augsburger Brücke.

Hat eine ſolche Brücke mehrere Oeffnungen, ſo pflanzen ſich die Oſcillationen der erſten Oeffnung auf die übrigen in abnehmender Progreſſion fort.

So wie ſich nemlich der erſte Bogen hebt, drücket er gegen das Joch mit einer Kraft, die dem Seiten-Druck der biegenden Laſt zukommt, §. 16. II.; bieget ſich nun das Joch nach ſeinem Abſtand von der feſten Schicht, §. 15. III., in etwas über, ſo ſchiebet es den folgenden Bogen um ſo viel zuſammen, als jener Druck, deſſen Reſiſtenz überwuchten kann, und drücket ihn in ſeiner Mitte in ſoweit aufwärts, als das folgende Joch nicht nachgiebet; es entſtehet ſo in den folgenden Bögen ein Heben, das immer mehr und mehr abnimmt, ſo lange die Laſt ihres Ortes verbleibet; deſſen Folge das Zittern der Bögen iſt.

Dieſes Oſcilliren oder Zittern der Brücken-Bögen müſte ſich ſtark vermindern, wenn bey der Brücke eine Vorrichtung angebracht würde, durch welche insbeſondere das Biegen der Bogenſchenkel, als die Haupturſache der Oſcillation, aufgehoben, oder wenigſtens ſtark vermindert würde.

Würde nemlich der Raum GBN zwiſchen den Bogenſchenkeln und dem Fahrgang der Brücke ganz mit ſenkrecht ſtehenden Balkenſtücken ausgefüllt, welche feſt eingekeilt werden, ſo würde ſich der Druck auf ſämmtliche ſolche Klötzer vertheilen, und deswegen die Bogenſchenkel um ſo weniger gebogen werden, auf je mehrere Stellen derſelben ſich die Laſt ebenmäßig vertheilt; es würde ſelbſt noch außerdem dadurch das Biegen des Fahrgangs in der Mitte der Brücke vermindert werden!

§. 18.

§. 18.

Combination der Umſtände, auf welche ſich der Bau einer hölzernen Bogen-Brücke fundiret, wenn dieſe die größte Tragbarkeit erhalten ſoll, welche ſie ihres Orts erhalten kann.

Vorläufige Beſtimmungen rückſichtlich der Widerlager und der Höhe der Brücke.

I. So wie nun bey jedem Gebäude und Etabliſſement immer gewiſſe Principien zum Grunde gelegt werden müſſen, in deren Anwendung daſſelbe ſeine möglichſt beſte Vollkommenheit gewinnt; eben ſo gründet ſich auch der Bau der Bogen-Brücken auf gewiſſe Grundſätze und Maximen, nach welchen ihre Tragbarkeit, als Fundamental-Eigenſchaft derſelben, die größte wird, welche ſie nach ihrem Locale erhalten kann.

a. Da nun die Widerlager der Brücke eigentlich ihr Fundament abgeben, ſo muß deswegen zuvörderſt die Wahl der Stellen, wo dieſe etablirt werden ſollen, jeder andern Reflexion vorangehen; wo dieſe nicht an und für ſich ſchon gegeben ſind; man muß außerdem die Höhe, welche die Brücke nach der möglichſten Erhöhung der nach und von ihr führenden Chauſſee-Dämme erhalten kann, vorläufig ausmitteln, um nachgehends die weitern Erwägungen treffen zu können.

Sind nun die Stellen für die Widerlager beſtimmt, ſo muß man in Erwägung der Laſt, welche ſie zu tragen haben, ihr Fundament in ſoweit zu begründen ſuchen, daß ſie dieſe Laſt auch tragen können; man muß ferner rückſichtlich der Richtung, welche der Strom allda nimmt, dieſelbe gegen das Ausſpülen möglichſt zu ſichern ſuchen!

Von dieſen Combinationen hänget daher die etwa vorzunehmende Fluß-Correction, mit der Breite, welche das Widerlager erhalten muß, ſo wie die Zahl und Stärke der Pfähle ab, auf welchen der Roſt des Widerlagers zu liegen kommt; wobey man einzig von Erfahrungsmaximen ausgehen muß.

Eben ſo muß ferner auch die Dicke des Widerlagers, mit Rückſicht auf das in §. 15. angeführte, nach Erfahrungsmaximen ausgemittelt, und dabey noch die Reſiſtenz, welche das Geſtein des Widerlagers nach ſeiner Härte oder Weiche zu äußern vermag, erwogen werden; neben allen und jeden Umſtänden, welche auf das Setzen deſſelben influiren.

b. Iſt der Ort der Widerlager, die Stärke ihres Fundaments, die Breite und Tiefe der Widerlager in Combination aller dabey einſchlagenden Umſtände gehörig begründet, ſo kommt nun alles darauf an, der Brücke ſelbſt die möglichſt größte Höhe zu geben, welche ſie ihres Orts erhalten kann, weil die Brücke einzig durch die möglichſt größte Spannung ihrer Bögen ihre vorzüglichen Dienſte leiſtet.

Dieſe Höhe aber beſtimmt ſich zunächſt nach der möglichſt größten Erhebung, welche man den nach der Brücke führenden Chauſſee-Dämmen über die mittlere Höhe des Waſſers geben kann, nach welcher man eben ſowohl, als nach der größten möglichen Waſſer-Höhe des Flußes an dem Orte der zu erbauenden Brücke, ſich auf das ſorgfältigſte erkundigen, und möglichſt zuverläſſige Nachrichten einziehen muß.

Es bezeichne nun in Fig. 3. die Linie WQ die mittlere, und AD die höchſte Waſſerhöhe des Flußes, und WG die möglichſt größte Erhebung, welche man den Chauſſee-Dämmen über die mittlere Waſſerhöhe geben kann.

Da

Da nun die Unterlager der Bögen an den Widerlagern noch immer etwas über der höchſten Waſſerhöhe liegen ſollen, um die Bögen gegen den Eisgang und die Fäulniß ihrer Enden zu ſichern, ſo verbleibet demnach die Erhebung der Chauſſe-Dämme noch etwas kleiner als AG.

Rechnet man ferner rückſichtlich des Steigens des Fahrganges auf die Klafter von 6 Fußen 3 Zolle, oder $\frac{1}{4}$ Fuße; ſo iſt dieſes Steigen bis auf die Mitte der Brücke von 160 Fußen Oeffnung gerade $3\frac{1}{3}$ Fuße; und der Abſtand des Creuzes H der Brücke von dem höchſten Waſſerſtand, wäre $HN = AG + 3\frac{1}{3}$ Fuße.

Ziehet man von dieſem die Höhe ſämmtlicher Curven mit dem Fahrgange ab, ſo verbleibet die wirkliche Höhe der Bögen der Brücke noch ZN.

Setzt man nun $WG = a$; $AW = b$; $AD = M$; und die Höhe ſämmtlicher projectirter Curven der Bögen mit dem Fahrgange $= c$; und $ZN = d$; ſo iſt die wirkliche Höhe der Bögen ZN, oder

$$d = a - (b + c) + \frac{1}{48} . M . \text{Fuße.}$$

Es bleibt daher Maxime, die Chauſſee-Dämme nach und von der Brücke, ſo viel möglich iſt, in ſoweit zu erhöhen, daß die Brückenbögen ihre möglichſt größte Spannung erhalten, bey welcher ihre Tragbarkeit am größten wird.

Den Krümmungs-Halbmeſſer der Brücken-Bögen zu beſtimmen.

II. Hat man nach (I.) die Höhe der Bögen für ihre gegebene Oeffnung gefunden, ſo könnte man aus beyden nach der Gleichung für den Kreis den Krümmungs-Halbmeſſer der Brücke berechnen.

 2. Da

a. Da aber die Brücke ſich ſtatiſch und techniſch ſetzet, §. 12. 13., ſo muß auch dieſes Setzen mit in Anſchlag genommen werden; indem man der Brücke einen Halbmeſſer gibt, bey welchem ſie erſt nach ihrem Setzen ihre wirkliche, nach (II.) berechnete, Höhe beynahe erhalten kann.

Rückſichtlich dieſes Setzens nimmt nun Hr. v. Wiebeking §. 12. an, daß ſich eine Brücke in die andere auf eine Klafter ihrer halben Oeffnung immer beyläufig um einen Zoll ſetze.

Dieß Setzen iſt daher für eine Brücke von M Fußen Oeffnung gerade $\frac{1}{12}$ M. Zolle; und es iſt deswegen die corrigirte Höhe der Bögen, welche man in Rechnung bringen muß,

$$f = d + \frac{1}{144} . M.$$

Bezeichnet nun der Buchſtabe (r) den verlangten Krümmungs-Halbmeſſer der Brücke, ſo iſt

$$r = \frac{\frac{1}{4} M^2 + f^2}{2 f} = \frac{d^2 + \frac{19}{72} M^2}{2 d + \frac{1}{72} M} \text{ beynahe.}$$

Für M = 160; und d = 12 Fuße wäre demnach der Krümmungs-Halbmeſſer der Brücke r = 263,12 Fuße; und die Brücke würde ſich bey demſelben in ſo weit ſetzen, daß die wirkliche Höhe ihrer Bögen noch mit 12 Fußen verbliebe!

Dieſer Krümmungs-Halbmeſſer iſt daher auch für das Lehrgerüſte gültig, auf welchem die Balken zu Curven gekrümmet werden.

Sollte die Brücke (II.) mit einem Diagonal-Bogen verſehen werden, der ſich unmittelbar mit den Seiten-Bögen an das Widerlager, und an den Mittel-Bogen der Brücke anſchließet, ſo formiret dieſelbe, nach

§. 10.

§. 10., eine Ellipſe, deren Axen folgendermaßen berechnet werden.

Es iſt einmal der Halbmeſſer dieſer Brücke 263,12 Fuße, nach (a), ihre Oeffnung 160 Fuße; und die Breite der Brücke 26′ „ 9″, oder 321 Zolle, und die Balken-Stärke ihrer Curven 15 Zolle.

Ziehet man nun für die beyden Seiten-Bögen 30 Zolle ab, ſo iſt die Halbſcheid der Brücke im Lichten $145\frac{1}{2}$ Zolle; hievon die halbe Stärke des Mittel-Bogens mit $7\frac{1}{2}$ Zoll abgezogen; läßt den Abſtand DE in Fig. 8. mit 138 Zollen oder $11\frac{1}{2}$ Fußen übrig.

Es iſt alſo $DE = 11\frac{1}{2}$ und $DB = 80$ Fuße; mithin die halbe Länge des Elliptiſchen Diagonal-Bogens gleich
$\frac{260,12}{80} . \sqrt{80^2 + (11\frac{1}{2})^2} = 1,04 . 263,12 = 273,6448$ Fuße.
und ſeine kurze Axe $= 263,12$ Fuße.

Wenn man daher den Lehrbogen für das Lehrgerüſte des Diagonal-Bogens fertigen will, ſo muß man eine Ellipſe aufreiſſen, deren lange Axe 547,28, und deren kurze Axe 526,24 Fuße mißt, und in dieſelbe die Ordinaten für die gewählten gleichen Abſtände der Unterlagen einzeichnen, oder auch durch Rechnung dieſelbe finden.

Den Center-Winkel der Brücken-Bögen und die Krümmungs-Ordinate ihrer Balken zu finden.

III. Ziehet man von den Enden A und W des Bogens AOW in Fig. 4., welcher hier die untere Seite der unterſten Curven des Bogens vorſtellt, nach ſeinem Mittelpuncte C gerade Linien CW und AC, ſo heißt der Winkel ACW der Center-Winkel des Bogens, und HCW = ACH iſt ſeine Hälfte.

a. Dieſer Winkel läſſet ſich am leichteſten durch ſeine Tangente finden. Es iſt nemlich

$$\text{tang } ACO = \frac{Ah}{hC} = \tfrac{1}{2}\,\frac{AW}{OC - OH};$$

oder bezeichnet M die Oeffnung des Bogens, und C ſeine Höhe; iſt ferner $ACO = \varphi$; und $AC = r$; ſo iſt

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}\varphi = \frac{M}{2.(r.C)}.$$

Für den bisher immer betrachteten Bogen iſt $M = 160$; und, nach (IV.), $C = 12 + \frac{1}{144} . 160 = 13\frac{1}{9}$ Fuße;

$r = 260{,}12$; alſo

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}\varphi = \frac{160}{2.250} = 0{,}32; \text{ und}$$

$$\tfrac{1}{2}\varphi = 17^\circ\,,, 45'; \text{ mithin } \varphi = 35^\circ\,,, 30'.$$

b. Setzet man ferner die Länge des Bogens $ACW = L$; ſo iſt auch $360 : \varphi = 2\pi r : L$; alſo

$$L = \frac{\varphi}{180} . \pi r = ACW.$$

c. Bezeichnet ferner $LCB = \psi$ den Center-Winkel eines Balkens $LAB = l$ des Bogens, ſo iſt auch

$$\varphi : \psi = L : l; \text{ oder } \psi = \frac{l}{L} . \varphi = \frac{l}{\pi r} . 180.$$

Auch iſt in dem Dreyeck ACB nach trigonometriſchen Principien

$$1 : BC = \text{Sin}(90 - ACB) : CQ; \text{ oder}$$
$$CQ = r . \text{Cos } \tfrac{1}{2}\psi;$$

alſo auch

$$AQ = AC - CQ = r.(1 - \text{Cos } \tfrac{1}{2}\psi) = 2r\,\text{Sin}^2 . \tfrac{1}{4}\psi.$$

als die Krümmungs-Ordinate eines Balkens von der Länge LB bey dieſem Bogen.

Da

Da aber die Chorde des Balkens von dem Bogen immer nur äußerſt unbedeutend verſchieden iſt, ſo kann man auch ohne merklichen Fehler erſtere für letztere annehmen.

Setzt man daher die Krümmungs-Ordinate des Balkens LAB = u; und ſeine halbe Chorde QB = a; ſo iſt aus der Gleichung für den Kreis auch

$$u = r - \sqrt{(r^2 - a^2)}.$$

Will man z. E. die Krümmungs-Ordinate für einen Balken von 50 Fuß Länge für dieſen Bogen finden, deſſen Halbmeſſer $r = 263,12$ iſt; ſo iſt hier $a = \frac{50}{2} = 25$ Fuße; alſo

$$u = 263,12 - \sqrt{(69221,61 - 625)} = 1,22 \text{ Fuß},$$

oder $14\frac{3}{5}$ Zolle.

Es iſt mithin ein ſolcher Balken nur auf $\frac{122}{5000} = \frac{1}{41}$ ſeiner Länge gekrümmet.

Erwägungen wegen der Wahl der Balken für die Curven der Brücken-Bögen.

IV. Hat man nach (II. III.) den Krümmungs-Halbmeſſer der Brücke und die Krümmungs-Ordinate der Balken für eine gewiſſe Länge berechnet, aus welcher die Curven für die Brücken-Bögen zuſammengeſchifftet werden ſollen, ſo kommt es nun darauf an, ſich in der Gegend ſolche Stämme zu verſchaffen, welche vierkantig zugehauen, ſich höchſtens auf jene Ordinate, oder überhaupt nach dem Krümmungs-Halbmeſſer der Brücke biegen laſſen; weil nur bey dieſer höchſten Biegung die Curven ihre größte Tragbarkeit erhalten können.

 Da-

Dabey werden nun an und für ſich die Stämme um ſo ſtärker ausfallen müſſen, je kleiner die Krümmungs-Ordinate, oder je größer der Halbmeſſer der Brücke befunden würde; ſie werden dagegen um ſo ſchwächer ſeyn dürfen, je kürzer der Krümmungs-Halbmeſſer iſt; weil die Stämme ſich um ſo weniger und um ſo ſtärker biegen laſſen, je ſtärker oder ſchwächer ſie ſind. §. 3.

Wäre z. E. die Krümmungs-Ordinate für Balken von 50 Fuß Länge $\frac{1}{36}$ derſelben befunden worden, ſo würden nach der Tabelle in §. 3. ſchon 16- bis 17zollige fichtene Balken erforderlich ſeyn.

Bezeichnet überhaupt X die Stärke der vierkanntigen Balken, deren größte Krümmungs-Ordinate auf eine Länge von 50 Fußen gleich $\frac{1}{m}$ ihrer Länge iſt, ſo iſt

$$\frac{X}{12.50} = \frac{1}{m}; \quad X = \frac{12.50}{m} \text{ Zolle.}$$

$$\text{für } \frac{1}{m} = \frac{1}{36} \text{ iſt } X = \frac{600}{36} = 17 \text{ Zolle beynahe.}$$

Finden ſich nun in der Gegend Stämme vor, aus welchen ſich Balken von dieſer Stärke vierkanntig behauen laſſen, ſo ſtellet man mit ſolchen Verſuche an, und bieget ſie ſo ſtark, als ſie ſich nach ihrer Holzart und örtlichen Wuchs, ohne zu brechen, biegen laſſen.

Sollten aber ſo ſtarke Stämme in der Gegend nicht anzutreffen ſeyn, ſo macht man dieſe Verſuche mit den ſtärkſten, welche man erhalten kann; und ſuchet für dieſe den Krümmungs-Halbmeſſer ihrer ſtärkſten Biegung folgendermaßen.

Geſetzt, es finden ſich in der Gegend Stämme vor, aus welchen Balken von 60 Fußen, in 16 Zoll Vierung behauen werden können, die ſich in dieſer Länge noch

auf $2\frac{1}{2}$ Fuß höchſtens biegen laſſen; ſo iſt die Krümmungs-Ordinate derſelben für dieſe Länge

$$= \frac{2\frac{1}{2}}{60} = \frac{5}{120} = \frac{1}{24}.$$

Bezeichnet ferner der Buchſtabe (ϱ) den Krümmungs-Halbmeſſer dieſer Balken, ſo iſt nach der Gleichung für den Kreis

$$\varrho = \frac{30^2 + (2\frac{1}{2})^2}{2 \cdot 2\frac{1}{2}} = 181\tfrac{1}{4} \text{ Fuße.}$$

Dieſen Halbmeſſer müſte nun auch die Brücke haben, wenn die Balken ihrer Curven die möglichſt größte Spannung, und die aus ihnen ſich conſtituirende Bögen, auch ihre möglichſt größte Tragbarkeit erhalten ſollten; und es würde dieſemnach auch die Höhe der Brücke für die Oeffnung M. gleich ſeyn

$$\varrho - \sqrt{(\varrho^2 - \tfrac{1}{4}M^2)} = 18\tfrac{1}{2} \text{ Fuße}$$

für $M = 160$ Fuße.

Nun würde aber nach (I. b.) die Höhe der Brücke nur zu 12 Fußen beſtimmt!

Sollten daher die Curven aus dieſen Balken geſchifftet werden, ſo dürfte man ſie nur auf $\frac{12}{18}$ oder $\frac{2}{3}$ ihrer größten Biegung krümmen; und man weiß hieraus ſchon vorläufig, daß die Tragbarkeit einer Curve in die andere, nur $\frac{2}{3}$ jener ſeyn könne, welche ſie haben würde, wenn man ihre Balken aufs ſtärkſte biegen dürfte.

Nach dieſer Anſicht iſt alſo die Wahl der Stärke der Balken, welche man zu den Brücken-Bögen auswählet, keineswegs gleichgültig; ſie richtet ſich nach der örtlichen Biegſamkeit der Holzarten, und nach den Krümmungs-Halbmeſſer der Brücke, und der ſtärkſten Biegung jener Balken.

Dabey verſtehet es ſich an und für ſich, daß man ſelbſt unter geſunden Stämmen keine von gedrehtem Wucht, die ſich nachgehends ſchöllerig oder windſchief verwerfen, noch ſolche wähle, welche nach ihren Knoten oder Aeſten leicht brechen, oder ſonſt defect ſind; und daß man ſie beym Fällen ſo behandle, daß ſie nicht Riſſe erhalten, oder ſonſt mank werden müſſen.

Die Zahl der Curven zu beſtimmen, welche man bey einem Brücken-Bogen auf einander ſpannen muß, wenn der Bogen eine beſtimmte Tragbarkeit erhalten ſoll.

V. Muß nun aber unerachtet der möglichſten Erhöhung der nach der Brücke führenden Chauſſee-Dämme, die Biegung der Balken, aus welchen die Curven zuſammengeſchifftet werden ſollen, beträchtlich unter ihrer größten Biegung bleiben, welche ſie nach ihrer Stärke und Biegſamkeit annehmen könnten (IV.), ſo bleibt der einzige Ausweg übrig, durch die Zahl der jeden Brücken-Bogen conſtituirenden Curven, die Tragbarkeit derſelben zu ergänzen; und für dieſelbe um ſo mehr die ſtärkſten Sortimente auszuſuchen, die man in der Gegend der Brücke ausfinden kann.

a. Dieſe Zahl der Curvenlager aber beſtimmet ſich zunächſt nach der Tragbarkeit, welche man den Brücken-Bögen zu geben wünſchet; wozu folgendes Verfahren dienet.

Man leget nemlich ein und andern der Balken, welche nachgehends die Curven abgeben ſollen, an ſeinen Enden auf feſte Unterlager horizontal auf, und belaſtet

jeden

jeden nach und nach in ſeiner Mitte, mit gegebenen Laſten, und mißt die Senkungen, um welche dieſe Laſten jeden Balken tiefer biegen, als er ſich durch ſeine eigene Laſt biegen möchte.

Man nimmt aus dieſen Biegungen, unter gleichen Laſten, nachgehends das Mittel; das um ſo ſicherer iſt, mit je mehr Balken von gleicher Stärke und Länge, man dieſe Verſuche angeſtellt hat.

Für die Belaſtung kann man andere Balken wählen, deren Gewicht man ausgemittelt hat, die man rechtwinklicht über jene leget, mit welchen man die Verſuche anſtellet, ſo daß jene auf dieſem frey balanciren.

b. Hätte man nun nach IV. gefunden, daß die Balken für die Bögen nur $\frac{2}{3}$ ihrer größten Biegung erhalten können, ſo bieget man einige derſelben auf Unterlagen auf $\frac{2}{3}$ der vorigen Biegung; das iſt: man bieget z. E. einen Balken von 60 Fußen, der ſich am ſtärkſten auf $2\frac{1}{2}$ Fuß biegen ließe, nur auf $\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{2}$ oder $\frac{5}{3}$ Fuße; und ſpannet ihn an ſeinen Enden durch Zwingen feſte ein, ſo daß er ſeine Form, die er auf den Unterlagern annahm, nicht ändern kann.

Iſt dieſes bewerkſtelliget, ſo ziehet man die Unterlager heraus, und beſchweret nun den gebogenen Balken in ſeiner Mitte, und mißt die Senkungen, welche er unter gegebenen Laſten allda erhält; das iſt: man wiederholet den Verſuch, welcher auf dem Werk-Platz der Brücke zu Vilshofen, §. 6. b., angeſtellt wurde.

Geſetzt nun, man finde bey dieſen Verſuchen, daß ſich einer der gebogenen Balken in den andern, unter der nemlichen Belaſtung, nur um einen Zoll bieget, unter welcher er ſich als geradlinichter auf 16 Zolle gebogen hatte, ſo kann man daraus folgern, daß die Balken

ken durch ihre Biegung den ſie drückenden Laſten 16mal ſtärker, als in ihrem natürlichen Zuſtande reſiſtiren, oder daß die Tragbarkeit ihres gebogenen Zuſtandes 16mal größer, als ihre natürliche ſeye; und man kann außerdem auch die Tragbarkeit einer aus ihnen geſchiffteten Curve mit ihrer natürlichen Tragbarkeit folgendermaßen zuſammenſtellen.

Man weiß nemlich nach I. die Oeffnung und Höhe, welche die Curve erhalten kann; erſtere ſey 160 Fuße, und letztere ſey 12 Fuße; man weiß ferner, daß nach den Verſuchen ein Balken von 60 Fußen auf $\frac{5}{3}$ Fuße gebogen, eine 16mal größere Tragbarkeit erhält, als er in ſeinem natürlichen Zuſtande hat, und kann deswegen nach §. 7. folgenden Satz formiren, in welchem die Tragbarkeit der Curve durch den Buchſtaben Z. ausgedrückt iſt; nemlich

$$16 : Z = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{60^3} : \frac{12}{160^3} \text{; oder}$$

$$16 : Z = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3^3} : \frac{12}{8^3} \text{; oder}$$

$$16 : Z = \frac{5}{3 \cdot 27} : \frac{12}{512} \text{; oder}$$

$$16 : Z = 2560 : 972 \text{; alſo } Z = 6{,}075.$$

Die Tragbarkeit der Curve von 160 Fußen Sehne, und 12 Fuß Höhe, iſt alſo nur noch 6mal größer, als die natürliche Tragbarkeit des Balkens von 60 Fußen; das iſt: wenn dieſer ſich unter einer Laſt um 6 Zolle in ſeiner Mitte bieget, ſo bieget ſich die Curve unter der nemlichen in ihrem Scheitel, nur um $\frac{1}{6}$ Zolle.

c. Nun wiſſe man aber aus der Erfahrung, daß eine Brücke, deren Bögen die Tragbarkeit 18 haben,

ihres

ihres Orts gute Dienſte leiſtet. Will man daher auch den aus jenen Curven aufzuſetzenden Bogen, die Tragbarkeit 18 verſchaffen, ſo müſte man $\frac{18}{6}$ oder 3 Curven von ſolchen Balken, auf einander ſpannen; oder jeder ihrer Bögen müſte aus 3 Curven beſtehen.

Hätte hingegen die Brücke eine Oeffnung von 120 Fußen, ſo würde die Tragbarkeit der Curven für die nemlichen Balken größer; es wäre nemlich

$$16 : Z = \frac{5}{3 \cdot 60^2} : \frac{12}{120^3}; \text{ oder } Z = 14\tfrac{2}{5};$$

das iſt: die Tragbarkeit der Curve würde $14\frac{2}{5}$ mal größer ſeyn, als die natürliche Tragbarkeit eines ihrer Balken in dem andern iſt, bey einer Länge von 60 Fußen; oder wenn ein ſolcher Balken ſich unter einer gewiſſen Laſt um einen Zoll bieget, ſo würde ſich die aus ihnen zuſammengeſetzte Curve nur um $\frac{1}{15}$ Zoll biegen, bey einer Oeffnung von 120 Fußen; ſie bieget ſich hingegen um $\frac{1}{6}$ Zoll, wenn ihre Oeffnung 160 Fuße iſt.

So ſtark nimmt die Tragbarkeit der Curve mit ihrer Oeffnung ab!

Nach dieſer Anſicht richtet ſich die Anzahl der Curven, welche die Brücken-Bögen conſtituiren ſollen, nach der Stärke und dem localen Wuchs des Holzes zukömmlichen natürlichen Tragbarkeit ihrer Balken, nach der Biegung, welche ſie rückſichtlich der Oeffnung und Höhe der Bögen erhalten können, und nach der Tragbarkeit, welche man den Brücken-Bögen nach Umſtänden zu verſchaffen, für nothwendig erachtet.

Unter allen Brücken, welche bisher durch die Königlich-Baieriſche oberſte Bau-Direction in der

Monar-

Monarchie errichtet worden ſind, iſt die Augsburger Brücke die tragbarſte; denn es verhält ſich die Tragbarkeit eines ihrer Bögen in den andern von 3 Curvenlagern, wie 34,908; das iſt: wenn ein Balken von 58 Fuß in 12 Zoll Vierung ſich unter einer Laſt um einen Zoll bieget, ſo bieget ſich ein Bogen der Augsburger Brücke unter derſelben Laſt nur um $\frac{1}{35}$ Zolle.

Wollte man daher den Bogen jener Brücke, bey einer Oeffnung von 160 Fußen und 12 Fußen Höhe, dieſe Tragbarkeit verſchaffen, ſo müßte man immer 2 Bögen, jede von 3 Curven, neben einander anſchließen.

Eintheilung der Brücken-Bögen in ihre Schwellenfelder.

VI. Da der Fahrgang der Brücke auf den Schwellen ihrer Felder ruhet, mithin ſeine Laſt ſich nach der Zahl derſelben, mit den Stützſchwellen AG und WR Fig. 4. vertheilet, ſo iſt die Zahl derſelben nicht gleichgültig; es wird jeder Bogen der Brücke in ſeinen Schenkeln zu ſehr deformirt, je weiter die Schwellen, oder je geringer die Zahl der Schwellfelder nach ſeiner Oeffnung iſt, und dadurch das Setzen der Brücke §. 12., und mit demſelben auch der Seiten-Druck der Brücke gegen ihre Widerlager um ſo bedeutender.

Je größer daher die Laſt des Fahrganges, und die Oeffnung der Bögen iſt, um ſo enger müſſen die Schwellfelder werden, damit die Laſt ſich um ſo mehr vertheilet.

Hr. von Wiebeking macht deswegen bey einer Brücke von 286 ... 300 Fuß Oeffnung, die Schwellfelder nur 12 Fuße; für 200 Fuße aber 16 Fuße weit; und nimmt

nimmt die übrigen für Oeffnungen, die unter 200 ſind, dieſelbe zu 18 ... 20 Fußen an.

Dividiret man daher mit der Weite eines Schwellfeldes, in die Oeffnung der Brücke, ſo gibt der Quotient die Anzahl derſelben; wobey es ſich von ſelbſt verſtehet, daß man den Bruch, welcher ſich hier zeigen ſollte, für die Einheit ſelbſt nimmt.

Iſt z. E. die Oeffnung der Brücke 170 Fuß, und die Weite eines Schwellfeldes, von einer Mitte der Schwelle zur andern, 20 Fuße; ſo iſt $\frac{170}{20} = 8 + 1$, oder 9 die Zahl derſelben für dieſe Brücke.

Vorrichtungen an der Brücke, gegen das techniſche Setzen derſelben.

VII. Das techniſche Setzen der Brücke iſt, nach §. 13., immer der Ueberſchuß deſſen, was die Brücke ſich wirklich mehr ſetzet, als ſie ſich ſtatiſch ſetzen ſollte!

Es müſſen daher die Curven aufs ſorgfältigſte auf einander gepaßt, und wo ſich deſſen ungeachtet Lücken finden ſollten, dieſelbe ausgekeilt; eben ſo die Zargen der Schwellen ausgeſpündet, die Bögen durch Schrauben feſte geſpannet, und durch zwiſchen die Stützſchwellen und die Widerlager eingetriebene Keile, den Bögen im Ganzen ihre Spannung gegeben werden: man muß außerdem auch noch die Windruthen, Creuz- und Zugſtreben aufs ſtärkſte ſpannen, und in ihren Falzen und Enden, zwiſchen den Stützklötzen feſte keilen, nach §. 13.

Auch vermindert die Ausfüllung des leeren Raumes zwiſchen den Bögen und dem Fahrgang, durch ſenkrechte Pfeiler, §. 17.; ſo wie das Einziehen der Streben in der Mitte der Bogenſchenkel, §. 13. d., das

Setzen

Setzen der Brücke, und mit dieſem dem Druck gegen die Widerlager.

Wo das Terrain es erlaubet, daß Streben auf dem feſten Lande angebracht werden können, welche ſich allda an eine Stützwand mit dem einen, und mit dem andern Ende an die Brücke, z. E. an die Schwellen der Mittelpuncte der Bogenſchenkel ſtemmen, ſo ſichern dieſe die Brücke vorzüglich gegen den Sturm, und leiſten weit beſſere Dienſte, als der Diagonal-Bogen ſelbſt.

Auch leiſten die Seitenbalken, welche in die Kammer der Widerlager eingemauert ſind, und die Brücke gleichſam als Kluppen faſſen, beſſere Dienſte, je erhabener ſie hinten in der Kammer zu liegen kommen.

Uebrigens finden ſämmtliche in §. 13. aufgeſtellte Bemerkungen über das Techniſche der Brücke, auch hier ihren Platz.

Rückſichten wegen der Laſt des Fahrganges der Brücke.

VIII. Der Fahrgang der Bogen-Brücke ruhet zunächſt auf den Schwellen ihrer Bögen, welche für ihn die Stelle der Joche vertretten, während die Bögen ſelbſt das Fundament des Ganzen abgeben.

Da er nun durch ſeine Laſt hauptſächlich das Setzen der Bögen §. 12., und mit demſelben ihren Seiten-Druck veranlaſſet, ſo muß es immer Maxime bleiben, den Fahrgang nicht überflüſſig ſtärker zu machen, als daß er die ſeines Orts möglichſt größten, ihn paſſirende Laſten noch in ſo weit zu tragen vermag, daß durch das Biegen ſeiner Straßenbäume keine auffallende Partial-Schwingung §. 17., entſtehen müſte; auch

muß

muß ſeine Bekieſung nicht ſtärker aufgeſchüttet werden, als bey ſtetiger nothwendiger Nachhülfe unumgänglich nothwendig iſt!

Nun iſt aber bey einer Brücke, auf welcher ſich außer dem Fußſteig noch 2 Wägen neben einander ausweichen können, jene größte Laſt höchſtens 400 Centner; und dieſe vertheilet ſich immer über ihre neben einander liegende Straßenbäume, und auf die Landerhölzer, welche bey dieſer Art von Brücken mit dem Fahrgang, immer gleichzeitige Veränderungen erleiden.

Können daher dieſe in Summa auf 9 Stück angeſchlagen oder erachtet werden, §. 16. I.; ſo trift auf einen in den andern von jener Laſt 45 Centner.

Da ferner die Laſt, welche die Bögen der Brücke zu biegen vermag, immer ihre Hälfte afficiret, ſo finden die afficirten Straßenbäume an den Querſchwellen der Bögen, und an den Windruthen, auf welchen ſie liegen, ihre Ruhepunkte; ſie finden ohne Rückſicht auf die Windruthen, bey einer Brücke von (m) Feldern, immer $\frac{1}{2}m + 1$ Ruhepuncte, deren einer von dem andern höchſtens 20 Fuße entfernet iſt (VI.).

Für eine Brücke von 8 Schwellenfeldern vertheilet ſich alſo die Laſt von 45 Centnern, auf 5 Ruhepuncte; und es iſt daher eben ſo viel, als ob der Straßenbaum in einer Länge von 20 Fußen, mit einer Laſt von $\frac{45}{5}$ oder 9 Centnern belaſtet wäre, wenn man auch die Stellen, in welchen die Straßenbäume auf den Windruthen aufliegen, nicht in Anſchlag bringen wollte.

Es iſt daher der Fahrgang der Bogen-Brücken immer als eine gewöhnliche Joch-Brücke anzuſehen, deren Joche nur 12 bis 20 Fuße von einander

ander entfernet ſind; weil die Schwellen der Bögen, welche die Stelle der Joche rückſichtlich des Fahrganges vertretten, höchſtens nur 12 bis 20 Fuße von einander abſtehen können.

Nun nimmt man aber der Erfahrung zufolge zu Joch-Brücken, deren Joche 40 Fuß Abſtand haben, gewöhnlich Straßenbäume zu 12 Zoll Vierung; und ein ſolcher Straßenbaum bieget ſich, nach §. 16., unter einer Laſt von 3247 Pfunden, um $2\frac{2}{3}$ Zolle; er bieget ſich daher auch unter einer Laſt von 11 Centnern, nur um $\frac{8}{15}$ Zolle.

Wenn daher auch eine Brücke von 9 Straßenbäumen, eine Laſt von 11.9 oder 99 Centnern paſſiret, ſo würde ſie die Straßenbäume derſelben erſt um $\frac{8}{15}$ Zolle in ihrer Mitte biegen; und die Schwingung, in welche dadurch der afficirte Theil der Brücke geräth, wurde bisher als unbedeutend gehalten, weil die Brücken nach dieſem Maßſtab angelegt, ſeither Dienſte thaten.

Wären nun die Joche nur 20 Fuße von einander entfernet, ſo würde jene Biegung noch 8mal kleiner ſeyn, oder es würden ſich ihre Straßenbäume unter jener Laſt nur um $\frac{1}{15}$ Zolle; ſie würden ſich ſelbſt unter einer Laſt von 400 Centnern nur um $\frac{4}{15}$ Zolle biegen; und deswegen die Partial-Schwingungen des Fahrganges nur halb ſo groß als bey jenem ſeyn, welchem eine Laſt von 99 Centnern paſſiret.

Würden daher für den Fahrgang der Bogen-Brücken, nach der Enge ihrer Schwellen nur 9 bis 10zollige Straßenbäume genommen, ſo würden ſie bey derſelben die nemlichen Dienſte leiſten, welche die 12zolligen bey den gewöhnlichen Joch-Brücken verrichten! Es würde

dadurch

dadurch der Fahrgang im Ganzen um $\frac{1}{3}$ bis $\frac{7}{18}$ leichter, mithin auch das ſtatiſche Setzen, und mit dieſem zugleich der Seitendruck, in dieſem Verhältniß geringer.

Eben ſo verhält es ſich auch mit der Bekieſung der Brücke! Es iſt dieſelbe für ſie geeignet, wenn ſie nicht mächtiger iſt, als daß ſie während die Einſchnitte der Räder immer ausgefüllt werden, nicht durchgefahren werden kann, ſo daß die Radſchienen die Deckblanken berühren müſten.

Insbeſondere muß die Bekieſung bey Brücken nicht übertrieben werden, deren Curven bey einer großen Oeffnung nur eine ſchwache Biegung erhalten konnten: weil die Schenkel ſolcher Bögen ſich um ſo leichter gerade, oder wohl gar hohl biegen; wornach die Curven ſelbſt immer ſtärker conchoidal oder muſchelartig werden. S. 161.

Beſtimmung der Sehnen der Bögen für Brücken von mehrern Oeffnungen.

IX. Soll eine hölzerne Bogen-Brücke über einen Fluß geſprengt werden, nach deſſen Breite ſowohl, als nach der möglichſten Erhöhung ihrer Chauſſee-Dämme (II.) ſie mehrere Oeffnungen erhalten müſte, ſo gehet bey derſelben die Begründung der Stellen der Widerlager, ſo wie die Ausmittlung der möglichſten Erhöhung der Chauſſee-Dämme jeder andern Erwägung voran.

Man erhält durch erſtere die hydrometriſche Breite des Flußes in dem ſenkrechten Abſtand der Façen ihrer Widerlager; und durch letztere die Erhebung der Schei-

tel der Brücken-Bögen über den höchſten Waſſerſtand des Flußes, oder die Höhe der Brücken-Bögen.

Man ſchreitet nachgehends für die in (IV. V.) angeführte Verſuche vor, und findet durch dieſelbe die möglichſt größte Biegung, welche die vierkanntig zugehauenen Balken, aus welchen die Curven geſchifftet werden ſollen, erleiden, und mit derſelben auch den Krümmungs-Halbmeſſer der einzelnen Bögen, ſo wie die Oeffnung der Bögen ſelbſt!

Bezeichnet der Buchſtabe (ϱ) den Krümmungs-Halbmeſſer, M die Oeffnung, und C die Höhe der Brücken-Bögen, ſo iſt nemlich die Gleichung für den Kreis

$$2\varrho C - C^2 = \tfrac{1}{4} M^2; \text{ alſo } M = 2 \,.\, \sqrt{C.(2\varrho - C)}.$$

Man habe z. E. bey jenen Verſuchen gefunden, daß die aus den ſtärkſten Stämmen auf 14 Zolle zugehauenen Balken ſich in einer Länge von 50 Fußen, noch bis auf 2 Fuß höchſtens biegen laſſen; ſo iſt für ſie der Krümmungs-Exponent $= \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$; mithin ihr Krümmungs-Halbmeſſer

$$\varrho = \frac{25^2 + 4}{2 \,.\, 2} = \frac{629}{4} = 157\tfrac{1}{4} \text{ Fuße.}$$

Auch habe man befunden, daß die Höhe der Bögen der Brücke höchſtens 10 Fuße ſeyn könne.

Für dieſe Brücke iſt alſo $\varrho = 157\frac{1}{4}$; $C = 10$; alſo
$M = 2 \,.\, \sqrt{10 \,.\, (314\frac{1}{2} - 10)} = 110{,}36$. Fuße.

Könnte man alſo den Bögen dieſe Oeffnung geben, ſo wäre man ganz gewiß, daß ihre Bögen die möglichſt größte Tragbarkeit hätten, welche ſie nach der Stärke und den phyſiſchen Eigenſchaften ihrer Balken haben können; und es bleibt deswegen Maxime, ſich an dieſe

Oeff-

Oeffnung bey den fernern Beſtimmungen, ſo viel möglich iſt, zu halten!

Nun ſey aber die hydrometriſche Breite des Flußes 698 Fuße; dividirt man in dieſe mit der vorläufig gefundenen Oeffnung von 110 Fußen in dieſelbe; ſo findet ſich, daß die Brücke 6 Bogen, mithin auch 5 Joche, haben müſte.

Rechnet man nun auf ein Joch 4 Fuße Profil, ſo geben die Profile aller, 4 . 5 oder 20 Fuße; ſetzt man nun indeſſen die wirkliche Oeffnung, welche die Bögen erhalten können, $= X$; ſo iſt

$$6 X + 20 = 698 \text{; alſo } X = 113 \text{ Fuße.}$$

Es müſte alſo bey dieſer Brücke jeder Bogen eine Oeffnung von 113 Fußen erhalten; und es würde daher auch die Tragbarkeit der Bögen dieſer Brücke, zu der größten, welche ſie haben könnten, ſich

$$\text{wie } \frac{1}{110^3} : \frac{1}{113^3} = 1442 : 1331 \text{ verhalten;}$$

oder die Tragbarkeit der Brücke würde $\frac{1331}{1442}$ ihre größtmöglichſte ſeyn.

Ich beſchließe mit dieſem die ſtatiſchen Betrachtungen über hölzerne Bogen-Brücken; und werde dieſe Unterſuchungen in der Folge auch auf die Häng- und Sprengwerke und insbeſondere auf eiſerne Brükken ausdehnen.

LB Coburg

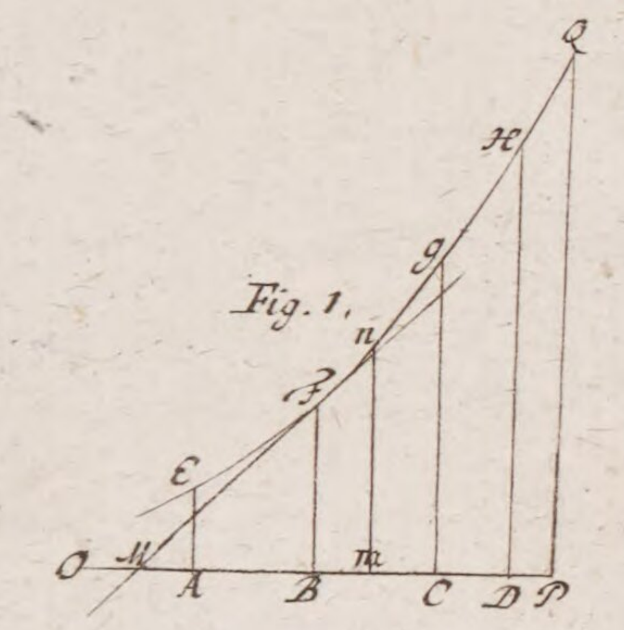
Fig. 1.

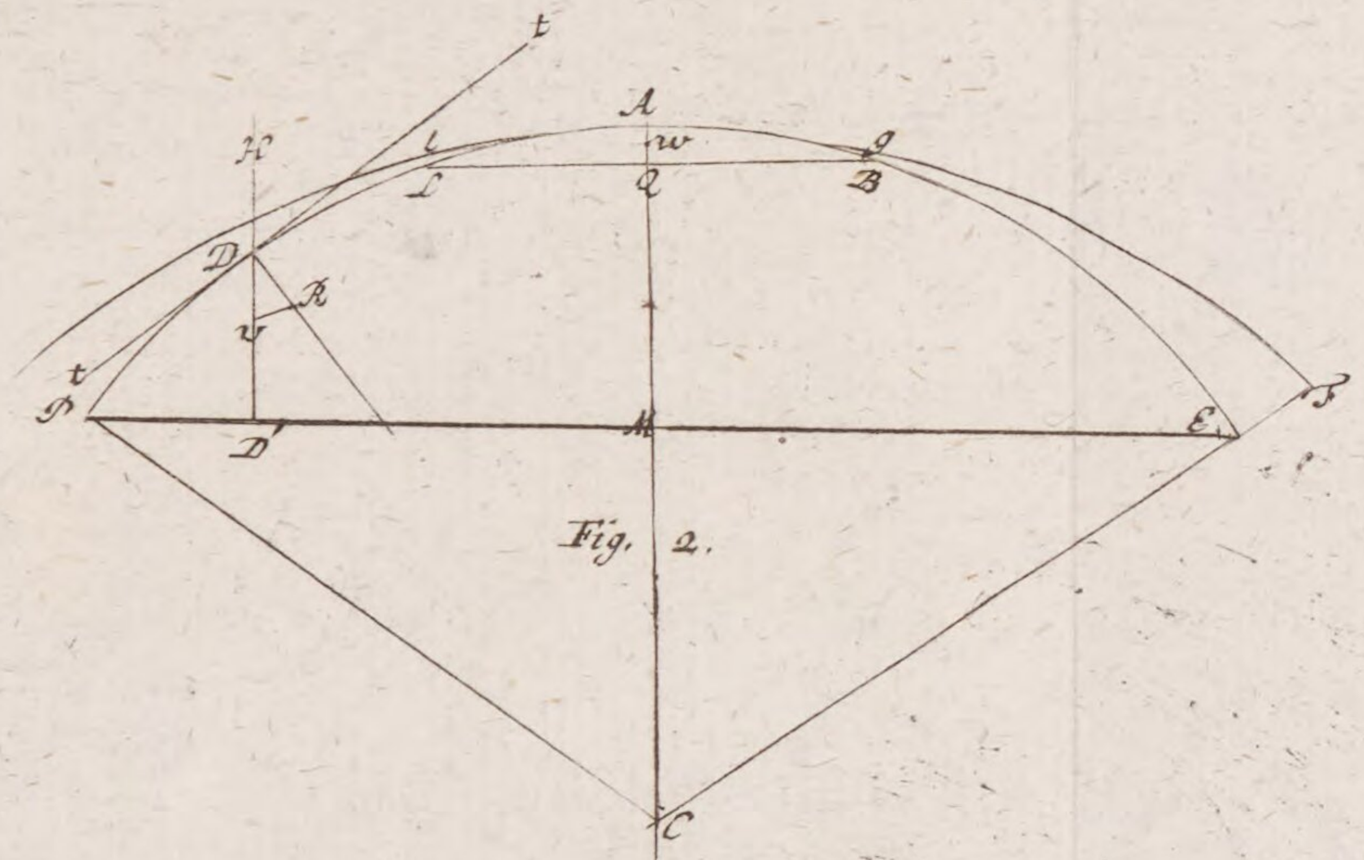
Fig. 2.

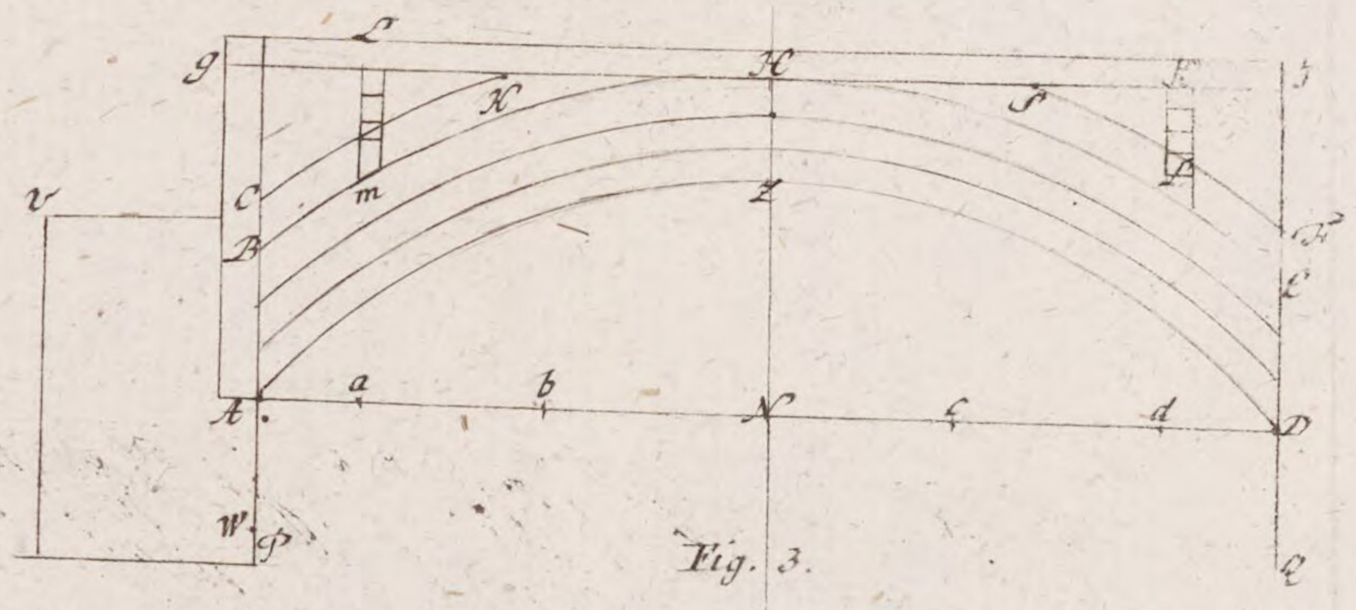
Fig. 3.

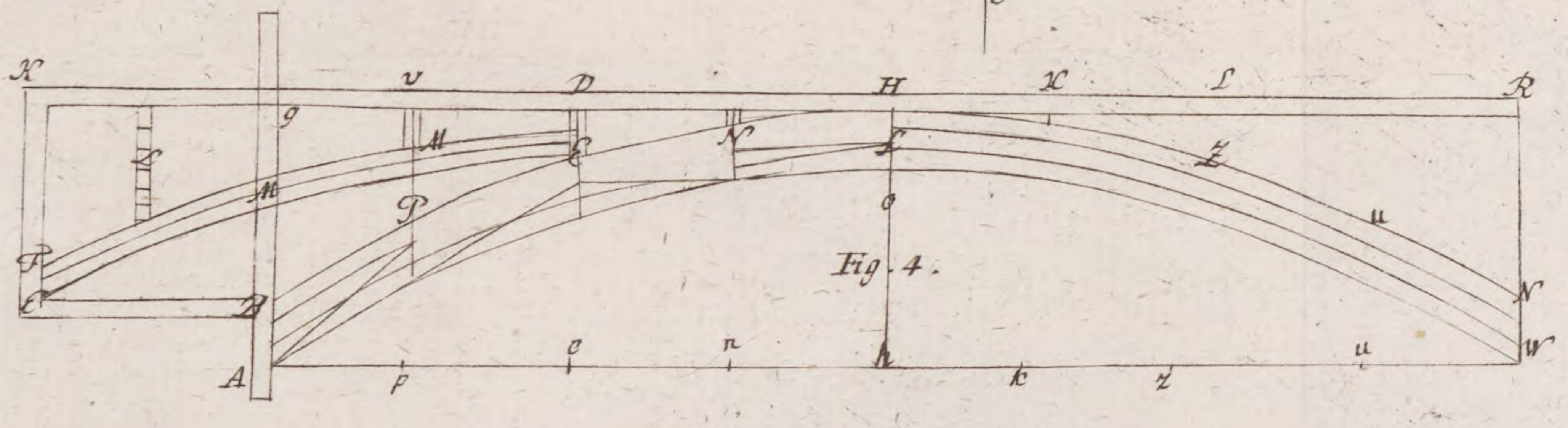
Fig. 4.

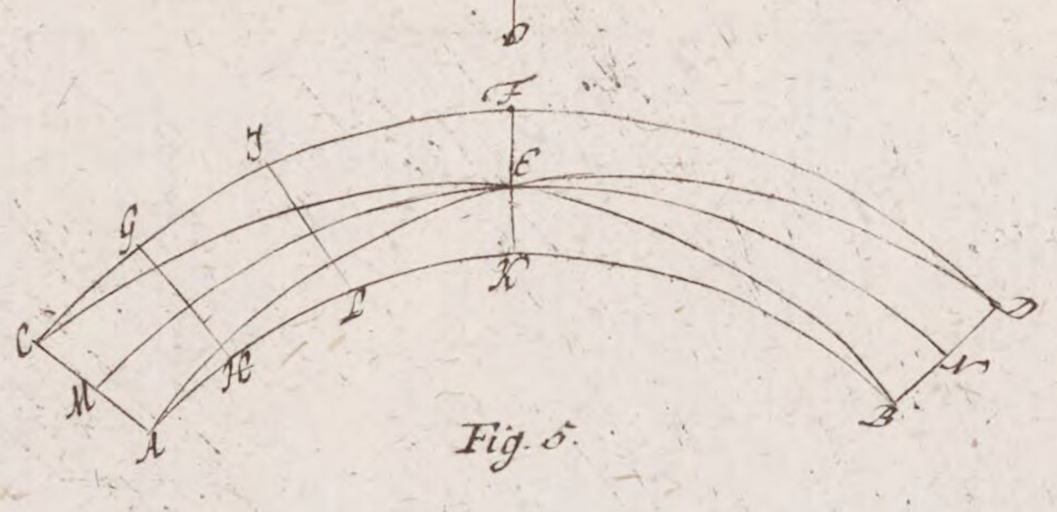
Fig. 5.

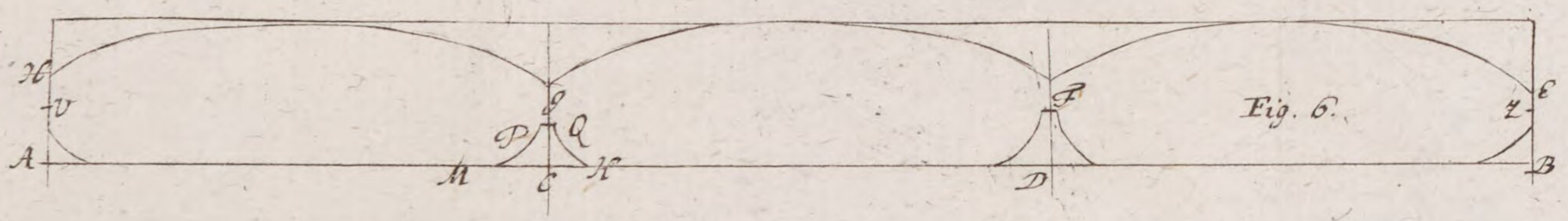
Fig. 6.

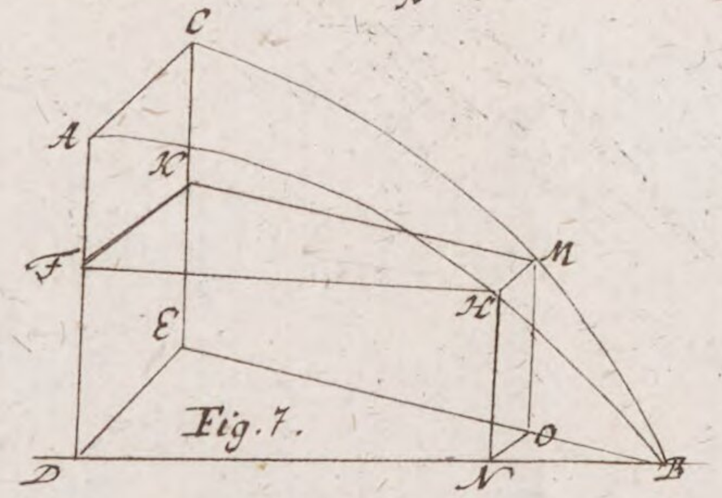
Fig. 7.

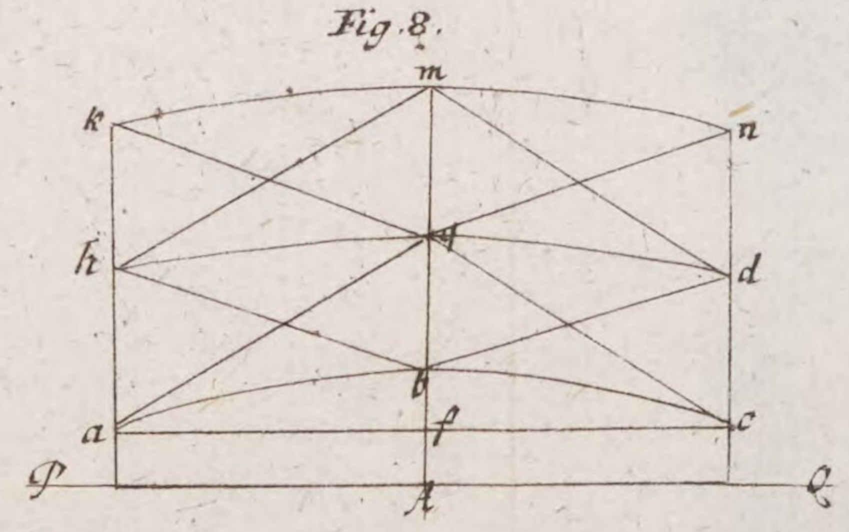
Fig. 8.

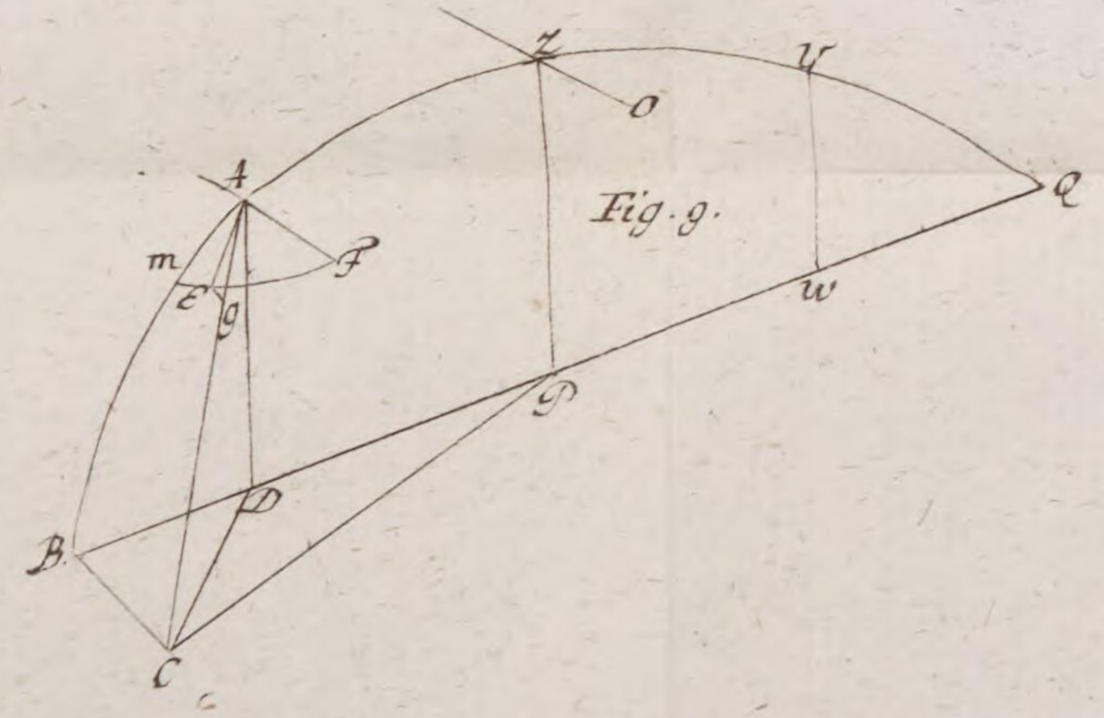
Fig. 9.

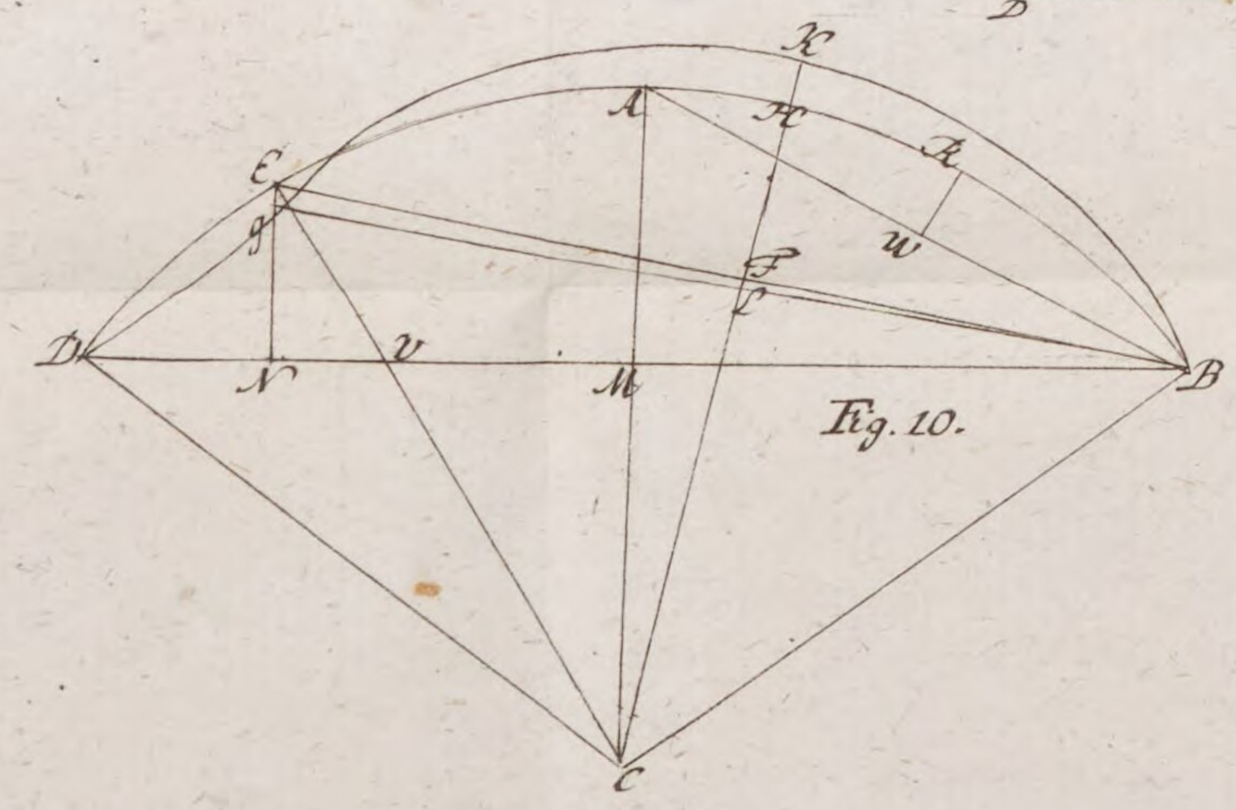
Fig. 10.

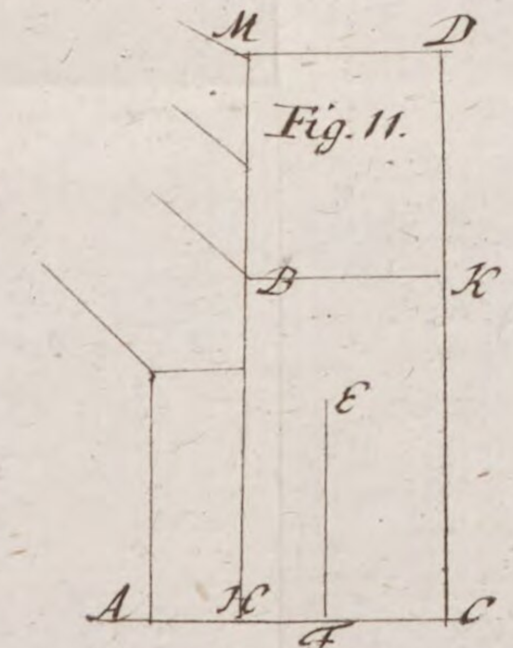
Fig. 11.

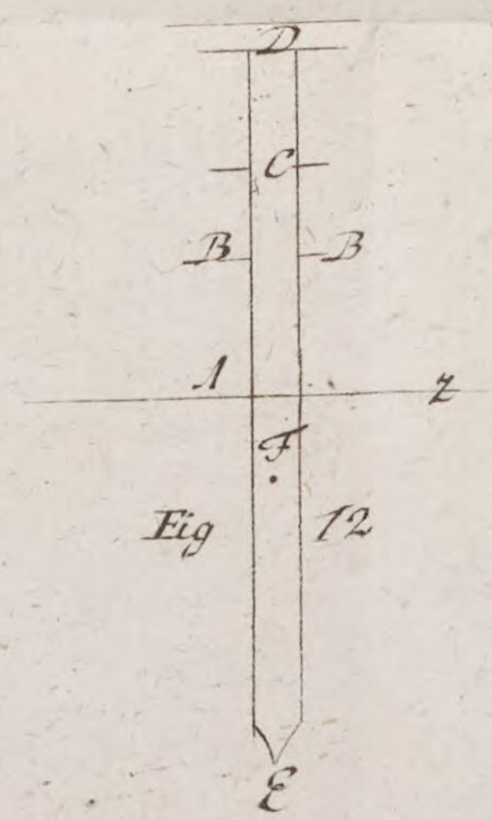
Fig. 12

LB
Coburg

7. 11. 7[illegible]

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Späth, Johann Leonhard,

Statik der hölzernen Bogen-Brücken nach der Construction des Königlich-Baierischen Geheimen-Raths und General-Directors des Wasser- Brücken- und Straßen-Baues Herrn Carl Friedrich von Wiebeking. Mit 1. Kupfertafel

München 1811

Coburg, Landesbibliothek -- B II 3/69
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11915890-0